

ANÁLISE DINÂMICA DE UMA ESTRUTURA TRIDIMENSIONAL DE MÉDIA DIMENSÃO EM PLATAFORMA VIBRATÓRIA

JOSÉ MARIA FERREIRA DE LEMOS FALCÃO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Carlos Moutinho

JUNHO DE 2018

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2017/2018

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-5081446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-5081440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2017/2018 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2018*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

Aos meus Pais e Irmãos

"O futuro dependerá daquilo que fazemos no presente"

Gandhi

AGRADECIMENTOS

Nesta fase final, quero expressar os meus sinceros agradecimentos a todos que contribuíram de alguma forma para a realização desta dissertação. Em particular, gostava de agradecer:

Ao professor Carlos Moutinho, pela incansável disponibilidade e partilha de conhecimentos ao longo dos meses de elaboração desta dissertação, possibilitando que a mesma cumprisse os objetivos propostos.

Aos meus pais, pelo apoio incondicional em todas as decisões e desafios ao longo da minha vida e em particular por toda a compreensão e ajuda nesta fase final. Sem eles a elaboração desta dissertação não teria sido possível.

Por último quero agradecer a todos os meus familiares e amigos por todo o apoio prestado, não só nesta fase final, como ao longo do meu percurso académico na FEUP.

RESUMO

No presente trabalho irão ser abordados os ensaios dinâmicos realizados numa estrutura tridimensional em perfis metálicos de médias dimensões de forma a caracterizar o seu comportamento dinâmico. Será também abordado um modelo matemático que permite obter a resposta deste a ações basais.

Será efetuada uma revisão dos princípios básicos de análise dinâmica de estruturas, abordando os casos de sistemas com um grau de liberdade e com vários graus de liberdade.

Irá ser realizado um modelo matemático de cálculo para fazer uma análise dinâmica do pórtico de três pisos para ações harmónicas e acelerações na base, usando a sobreposição modal. Este estudo irá pôr em prática os conceitos apresentados ao longo dos capítulos. Serão também calculadas as frequências naturais e os respetivos modos de vibração

O último capítulo é dedicado à descrição dos ensaios laboratoriais realizados numa plataforma vibratória que permitirão obter os parâmetros dinâmicos experimental. Será com base nestes ensaios que se estimará o coeficiente de amortecimento modal. Serão também analisadas as frequências naturais e respetivos modos de vibração. Terminam-se os ensaios registando a resposta da estrutura quando aplicando uma aceleração na base de modo a simular um sismo.

Os resultados dos ensaios dinâmicos laboratoriais realizados permitirão calibrar o modelo de cálculo com a finalidade de validar as respostas dadas por este.

PALAVRAS-CHAVE: Ensaio Dinâmico; Parâmetros dinâmicos; Frequências Naturais e respetivo Modos de Vibração; Coeficientes de Amortecimento Modal; Modelo Matemático; Sobreposição modal; Ensaio Laboratorial; Plataforma vibratória

ABSTRACT

In the present work will be approached the dynamic tests that were realized in a three-dimensional structure in metallic profiles of medium dimensions in order to characterize its dynamic behavior and a mathematical model that allows us to obtain its dynamic response. A review of the basic principles of dynamic analysis of structures addressing the cases of systems with a degree of freedom and with several degrees of freedom in the time domain is carried out. A mathematical model is developed for the dynamic analysis of the three-story building for harmonic actions and accelerations in the base using modal analysis. This study implements the concepts presented in the chapters and also calculates the natural frequencies and the respective modes of vibration. The last chapter is dedicated to the description of the laboratory tests performed on a vibratory platform that allows the dynamic parameters to be obtained. It is based on these tests that the coefficient of modal damping is estimated, the natural frequencies and respective modes of vibration are analyzed. The tests are finished record the response of the structure when applying an acceleration in the base in order to simulate an earthquake.

The results of the laboratory dynamic tests allowed to calibrate the numerical model with the purpose of validating the structural responses given by this one.

KEY-WORDS: Dynamic tests; Dynamic Parameters; Natural Frequencies and respective Vibration Modes; Modal Damping Coefficients; Mathematical Model; Modal analysis; Laboratory Tests; Vibration Platform.

ÍNDICE GERAL

Conteúdo

| | |
|---|-----------|
| AGRADECIMENTOS | i |
| RESUMO | III |
| ABSTRACT | ii |
| 1 | 1 |
| INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS | 1 |
| 1.2. CONTEXTUALIZAÇÃO DO TRABALHO | 4 |
| 1.3. OBJETIVOS | 5 |
| 1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO / ORGANIZAÇÃO | 6 |
| 2 | 7 |
| DESCRIÇÃO DO PÓRTICO | 7 |
| 2.1. ESQUEMA ESTRUTURAL | 7 |
| 2.1.1. PERFIL METÁLICO, LAJE E CONETORES..... | 8 |
| 2.2. CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS..... | 12 |
| 2.2.1. PARÂMETROS DINÂMICOS..... | 13 |
| 2.2.2. FORMULAÇÃO DA MATRIZ DE MASSA E MATRIZ DE RIGIDEZ..... | 14 |
| 2.2.3. FREQUÊNCIAS NATURAIS E RESPETIVOS MODOS DE VIBRAÇÃO | 19 |
| 3 | 23 |
| RESPOSTA ESTRUTURAL A DIVERSOS TIPOS DE AÇÕES | 23 |
| 3.1. ANÁLISE MODAL | 23 |
| 3.1.1. FORMULAÇÃO..... | 23 |
| 3.1.2. APLICAÇÃO AO PÓRTICO EM ESTUDO | 24 |
| 3.2. RESPOSTA A UMA AÇÃO HARMÓNICA..... | 26 |
| 3.2.1. OBJETIVOS..... | 26 |
| 3.2.2. RESPOSTA DE 1 OSCILADOR DE 1 GRAU DE LIBERDADE | 26 |
| 3.2.3. RESPOSTA DE OSCILADORES DE VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE | 28 |
| 3.2.4. RESPOSTA DO PÓRTICO A UMA AÇÃO HARMÓNICA..... | 29 |
| 3.3. RESPOSTA A UMA AÇÃO SÍSMICA | 31 |

| | |
|---|-----------|
| 3.3.1. RESPOSTA DINÂMICA A UMA ACELERAÇÃO DE BASE | 31 |
| 3.3.2. ANÁLISE MODAL | 32 |
| 4 | 41 |
| EXPERIENCIA LABORATORIAL | 41 |
| 4.1. ENSAIO DO PÓRTICO EM PLATAFORMA VIBRATÓRIA..... | 41 |
| 4.1.1. EXCITAÇÃO COM RUÍDO BRANCO | 41 |
| 4.1.2. REGISTO DOS MODOS DE VIBRAÇÃO | 43 |
| 4.1.3. ESTIMATIVA DOS COEFICIENTES DE AMORTECIMENTO | 43 |
| 4.1.4. ACELERAÇÃO NA BASE PARA SIMULAR UM SISMO | 47 |
| 4.2. DISCUSSÃO DE RESULTADOS | 49 |
| 4.2.1. CORREÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO: | 49 |
| 5 | 53 |
| CONCLUSÕES | 53 |
| 5.1. SÍNTESE DAS CONCLUSÕES OBTIDAS..... | 53 |
| 5.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS | 54 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 55 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| FIGURA 1.1: ESQUEMA REPRESENTATIVO DA CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA ESTRUTURA. [FOLHAS DE VERSÃO PRO-VISORIA 2012; PROF. PAULO MENDES]..... | 1 |
| FIGURA 1.2: COMPARAÇÃO ENTRE: A) AÇÃO ESTÁTICA E B) AÇÃO DINÂMICA. [FOLHAS DE VERSÃO PROVISORIA 2012; PROF. PAULO MENDES]..... | 2 |
| FIGURA 1.3: TIPOS DE ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS: A) REPRESENTAÇÃO DE VÁRIAS REALIZAÇÕES DETERMINÍSTICAS; B) REPRESENTAÇÃO DE REALIZAÇÕES DE UM CAMPO ESTOCÁSTICO [FOLHAS DE VERSÃO PROVISORIA 2012; PROF. PAULO MENDES]..... | 2 |
| FIGURA 1.4: ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS POR VIA: A) ANALÍTICA; B) EXPERIMENTAL..... | 3 |
| FIGURA 1.5: TIPOS DE MODELOS MATEMÁTICOS: A) CONTÍNUOS; B) DISCRETOS..... | 3 |
| FIGURA 2.1: IMAGEM REAL DO PÓRTICO EM CIMA DA PLATAFORMA VIBRATÓRIA..... | 7 |
| FIGURA 2.2: VISTA SUPERIOR DA LAJE (MOREIRA, [S.D.])..... | 8 |
| FIGURA 2.3: LIGAÇÃO PILAR-PILAR (A) DIREÇÃO DE MAIOR INÉRCIA; (B) DIREÇÃO DE MENOR INÉRCIA..... | 9 |
| FIGURA 2.4: LIGAÇÃO VIGA COM BANZO DO PILAR (A) DIREÇÃO DE MENOR INÉRCIA; (B) VISTA LATERAL (C) DIREÇÃO DE MAIOR INÉRCIA..... | 10 |
| FIGURA 2.5: LIGAÇÃO VIGA COM ALMA DO PILAR..... | 10 |
| FIGURA 2.6: PORMENOR DA LIGAÇÃO VIGA COM A ALMA DO PILAR (A) CHAPA EM T SOLDADA PERPENDICULAR À ALMA; (B) LIGAÇÃO À CHAPA PARALELA À ALMA..... | 11 |
| FIGURA 2.7: LIGAÇÃO BASE – PILAR (A) DIREÇÃO DE MAIOR INÉRCIA (B) DIREÇÃO DE MENOR INÉRCIA..... | 11 |
| FIGURA 2.8: LIGAÇÃO LAJE COM CANTONEIRA. (A) VISTA SUPERIOR; (B) VISTA INFERIOR..... | 11 |
| FIGURA 2.9: PÓRTICO NO EIXO: A) MAIOR INÉRCIA; B) MENOR INÉRCIA..... | 12 |
| FIGURA 2.10: SISTEMA MECÂNICO DE "N" GRAUS DE LIBERDADE..... | 14 |
| FIGURA 2.11: GRAUS DE LIBERDADE EM ESTRUTURAS TICOIDAIAS (AZEVEDO, 2004)..... | 16 |
| FIGURA 2.12: PÓRTICO DEFORMADO PELA AÇÃO DE UM DESLOCAMENTO UNITÁRIO NA DIREÇÃO $\Delta 2$. (AZEVEDO, 2004)..... | 16 |
| FIGURA 2.13: PÓRTICO DEFORMADO PELA AÇÃO DE UMA FORÇA UNITÁRIA NA DIREÇÃO $\Delta 2$. (AZEVEDO, 2004)..... | 17 |
| FIGURA 2.14: APLICAÇÃO DO MÉTODO DIRETO. (A) DESLOCAMENTO UNITÁRIO NO PRIMEIRO PISO; (B) DESLOCAMENTO UNITÁRIO NO SEGUNDO PISO; (C) DESLOCAMENTO UNITÁRIO NO TERCEIRO PISO..... | 18 |
| FIGURA 2.15: REPRESENTAÇÃO DOS TRÊS PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO..... | 21 |
| FIGURA 3.1: MODELO DE SISTEMA MECÂNICO ADOTADO..... | 23 |
| FIGURA 3.2: DESLOCAMENTO DOS DIFERENTES PISOS À AÇÃO HARMÔNICA..... | 30 |
| FIGURA:3.3: ACELEROGRAMA UTILIZADO..... | 32 |
| FIGURA 3.4: FORÇA DE INERCIA APLICADA A CADA PISO QUE SIMULA A ACELERAÇÃO NA BASE..... | 33 |

| | |
|--|--------|
| FIGURA 3.5: FORÇA GENERALIZADA DO 1º MODO..... | 33 |
| FIGURA 3.6: FORÇA GENERALIZADA DO 2º MODO..... | 34 |
| FIGURA 3.7: FORÇA GENERALIZADA DO 3º MODO..... | 34 |
| FIGURA 3.8: MÉT. SOBREPOSIÇÃO MODAL DESLOCAMENTOS DOS PISOS..... | 35 |
| FIGURA 3.9: MÉT. SOBREPOSIÇÃO MODAL VELOCIDADES DOS PISOS..... | 36 |
| FIGURA 3.10: MÉT. SOBREPOSIÇÃO MODAL ACELERAÇÕES DOS PISOS..... | 37 |
| FIGURA 3.11: MOMENTOS NA BASE DO PILAR ESQUERDO..... | 38 |
| FIGURA 3.12: MOMENTOS NA BASE DO PILAR DIREITO..... | 38 |
| FIGURA 3.13: TENSÕES DE TRAÇÃO NO PILAR..... | 39 |
| FIGURA 3.14: TENSÕES DE COMPRESSÃO NO PILAR..... | 39 |
| FIGURA 4.1: ESPETRO DO RUÍDO BRANCO APLICADO À ESTRUTURA TRIDIMENSIONAL..... | 40 |
| FIGURA 4.2: ESPETRO MÉDIO NORMALIZADO..... | 41 |
| FIGURA 4.3: LOCALIZAÇÃO DO ACCELERÓMETRO QUE SERVIU PARA CALCULAR O ESPETRO | 41 |
| FIGURA 4.4: REPRESENTAÇÃO DOS MODOS DE VIBRAÇÃO NORMALIZADOS À UNIDADE DO PRIMEIRO PISO..... | 42 |
| FIGURA 4.5: DECAIMENTO NATURAL DA FREQUÊNCIA DE 3 Hz..... | 43 |
| FIGURA 4.6: DECAIMENTO NATURAL DA FREQUÊNCIA DE 8.87 Hz..... | 43 |
| FIGURA 4.7: DECAIMENTO NATURAL DA FREQUÊNCIA DE 12.94 Hz..... | 44 |
| FIGURA 4.8: REPRESENTAÇÃO DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL; $F=3$ Hz..... | 45 |
| FIGURA 4.9: REPRESENTAÇÃO DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL; $F=8.87$ Hz..... | 45 |
| FIGURA 4.10: REPRESENTAÇÃO DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL; $F=12.94$ Hz..... | 45 |
| FIGURA 4.11: ACELERAÇÕES APLICADAS PELA PLATAFORMA VIBRATÓRIA (MEDIDAS EM G's)..... | 46 |
| FIGURA 4.12: ACELERAÇÃO MEDIDA NO 1º PISO EM G's..... | 46 |
| FIGURA 4.13: ACELERAÇÃO MEDIDA NO 2º PISO EM G's..... | 47 |
| FIGURA 4.14: ACELERAÇÃO MEDIDA NO 3º PISO EM G's..... | 47 |
| FIGURA 4.15: COMPARAÇÃO DAS ACELERAÇÕES TEÓRICAS COM AS EXPERIMENTAIS EM G's NO 1º PISO..... | 48 |
| FIGURA 4.16: COMPARAÇÃO DAS ACELERAÇÕES TEÓRICAS COM AS EXPERIMENTAIS EM G's NO 2º PISO..... | 49 |
| FIGURA 4.17: COMPARAÇÃO DAS ACELERAÇÕES TEÓRICAS COM AS EXPERIMENTAIS EM G's NO 3º PISO..... | 49 |

ÍNDICE DE TABELAS

| | |
|---|----|
| TABELA 2.1: ESPECIFICAÇÕES DO PERFIL IPE 100..... | 8 |
| TABELA 2.2: PESOS DOS DIFERENTES ELEMENTOS..... | 15 |
| | |
| TABELA 4.1: COEFICIENTES DE AMORTECIMENTO MODAL PARA AS DIFERENTES FREQUÊNCIAS..... | 43 |
| TABELA 4.2: COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS CALCULADAS ANALITICAMENTE COM A DO CÁLCULO EXPERIMENTAL..... | 47 |
| TABELA 4.3: COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS CALCULADAS ANALITICAMENTE JÁ CORRIGIDAS COM A DO CÁLCULO EXPERIMENTAL..... | 48 |

1

INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Todas as estruturas de engenharia civil são solicitadas por diferentes tipos de ações que induzem a comportamentos caracterizados por respostas estáticas e/ou dinâmicas (figura 1.1). As ações que induzem respostas estáticas permanecem constantes ao longo do tempo, como por exemplo o peso próprio da estrutura que é uma ação gravítica. Por outro lado, as ações que provocam respostas dinâmicas variam durante intervalos de tempo que podem ser longos (exemplo: ação do vento e tráfego) ou curtos (exemplo: sismos e explosões). Esta dissertação vai incidir na resposta a ações dinâmicas de curtos intervalos de tempo.

Na verdade, todas as ações têm carácter dinâmico visto que variam de grandeza, direcção ou sentido com o tempo, no entanto, em muitos casos o efeito dinâmico da ação pode ser desprezado.

Porém, há domínios da engenharia civil em que a consideração dos efeitos dinâmicos das ações é fundamental, nomeadamente em estruturas situadas em zonas de risco sísmico, estruturas esbeltas sujeitas a ação do vento e estruturas que suportam equipamentos que provoquem vibrações significativas.

Atualmente, é necessário recorrer à análise dinâmica na realização de projetos correntes, obtendo-se, desta maneira, soluções mais realistas e económicas. Na monitorização da evolução do comportamento estrutural a análise dinâmica também é essencial para caracterizar convenientemente fenómenos que originam as ações dinâmicas.

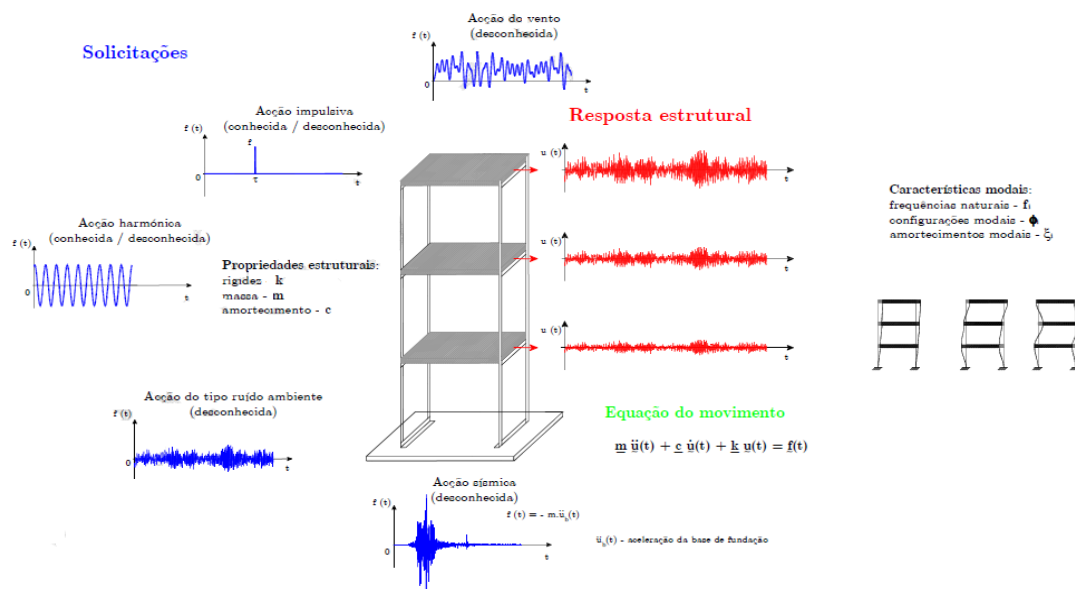


Figura 1.1: Esquema representativo da caracterização do comportamento dinâmico de uma estrutura. [Folhas DE versão provisória 2012; Prof. Paulo Mendes]

Conceitos iniciais

Uma vez que a análise dinâmica de estruturas tem em consideração a variação no tempo das solicitações, bem como a existência de vibrações (associadas ao comportamento dinâmico destas) que induzem forças de inércia devidas à aceleração (figura 1.2), é importante introduzir alguns conceitos iniciais que são importantes para o estudo dinâmico de uma estrutura.

Assim define-se:

Ação dinâmica: ação que varia de grandeza, direção e ponto de aplicação com o tempo

Resposta dinâmica: expressa em termos de deslocamentos, velocidades, acelerações e tensões, que evidentemente também variam com o tempo.



Figura 1.2: Comparação entre: a) ação estática e b) ação dinâmica. [Folhas DE versão provisória 2012; Prof. Paulo Mendes]

Neste contexto inicial é ainda importante introduzir os tipos de análise usualmente utilizados na dinâmica de estruturas bem como os modelos de análise.

Tipos de análise:

A análise dinâmica de estruturas depende do conhecimento, ou não, da lei de variação da ação dinâmica no tempo, por essa razão existem dois tipos de análise:

Análise determinista: quando a lei de variação da ação dinâmica no tempo é conhecida (figura 1.3)

Análise Estocástica: quando a lei de variação da ação dinâmica no tempo não é completamente conhecida, mas pode ser definida em termos estatísticos (figura 1.3)

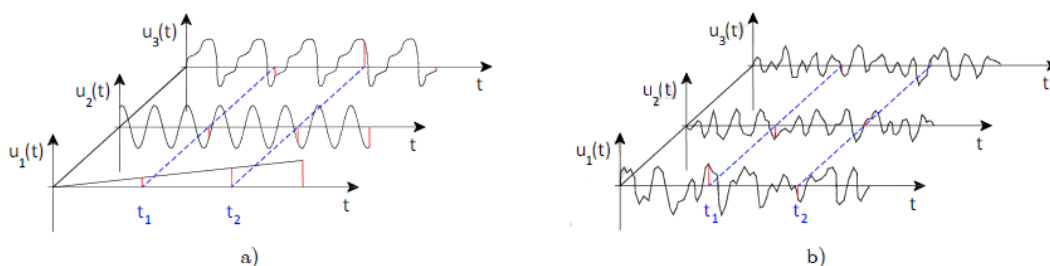


Figura 1.3: Tipos de análise dinâmica de estruturas: a) representação de várias realizações determinísticas; b) representação de realizações de um campo estocástico [Folhas DE versão provisória 2012; Prof. Paulo Mendes]

Modelos de análise

Usualmente, recorre-se à análise dinâmica de estruturas para efetuar verificações de segurança em projetos de novas estruturas e no controlo de segurança de estruturas existentes.

Nestes trabalhos a análise do comportamento dinâmico das estruturas pode ser assegurada por via analítica e/ou experimental (figura 1.4), todavia em qualquer uma destas vias é necessário utilizar modelos matemáticos que sejam adequados para idealizar o comportamento estrutural do sistema físico real.

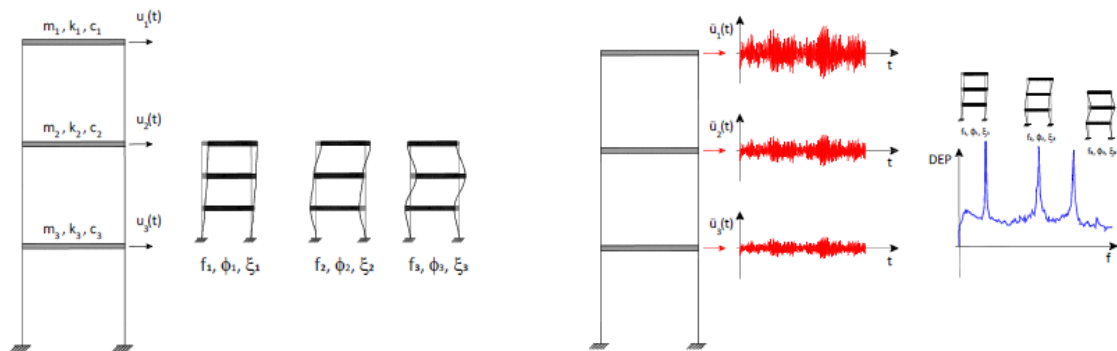


Figura 1.4: Análise dinâmica de estruturas por via: a) analítica; b) experimental

Os modelos matemáticos podem ser contínuos ou discretos (figura 1.5). Nos modelos contínuos é possível caracterizar a totalidade da deformada das estruturas, enquanto nos modelos discretos apenas é possível caracterizar os valores da deformada para os pontos considerados na discretização da estrutura.



Figura 1.5: Tipos de modelos matemáticos: a) contínuos; b) discretos

A análise do comportamento dinâmico por via analítica é só utilizada em casos específicos em que o modelo é muito simples e é possível descrever analiticamente o comportamento de uma estrutura (Clough & Penzien, 2003). Nos casos em que a estrutura é mais complexa, que são a maior parte dos casos, utilizam-se modelos numéricos dos quais os mais usuais são os de elementos finitos (Clough & Penzien, 2003) (Cunha, Caetano, Moutinho, Magalhães, & Hu, 2010).

Na designada via experimental, recorre-se a diversos tipos de ensaios (figura 1.1 e figura 1.6) para medir as grandezas físicas de interesse para caracterizar o comportamento dinâmico das estruturas, normalmente medem-se histórias de acelerações (designadas por séries temporais de aceleração), a partir das quais se retiram as grandezas que mais facilmente se correlacionam com o comportamento dinâmico das estruturas, tais como frequência naturais, modos de vibração e estimativas de coeficientes de amortecimento modal. [Folhas DE versão provisória 2012; Prof. Paulo Mendes]

1.2. CONTEXTUALIZAÇÃO DO TRABALHO.

O estudo descrito nesta dissertação é a continuação de uma série de trabalhos já realizados na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto que levaram à instalação de uma plataforma vibratória e à execução de uma estrutura tridimensional de médias dimensões. A plataforma vibratória permite realizar ensaios dinâmicos com uma maior escala do que os efetuados anteriormente no departamento de Engenharia Civil, e a estrutura tridimensional permite efetuar ensaios com a estruturas porticadas metálicas com três pisos

Tendo à disposição a plataforma vibratória da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, presente no laboratório de Estruturas do DEC, e a Estrutura Tridimensional de médias dimensões colocada no mesmo local, vão ser realizados vários ensaios nos quais vão ser aplicadas forças basais na estrutura a partir das vibrações aplicadas pela plataforma. A partir da medição da resposta destes ensaios e com o auxílio de um software já criado vão ser extraídas as frequências naturais e respetivos modos de vibração

Também irá ser feita uma análise numérica da estrutura flexível que irá permitir avaliar e comentar os resultados obtidos experimentalmente.

A análise dinâmica de uma estrutura faz-se recorrendo ao estudo dos seus parâmetros dinâmicos quando sujeita a uma excitação dinâmica. Este estudo depende da massa, da rigidez e do amortecimento da estrutura.

Como se poderá verificar, para cada frequência natural de vibração existe sempre um modo de vibração associado e um coeficiente de amortecimento modal.

Este tipo de análise é feito recorrendo a resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração e a modelos numéricos/analíticos computacionais, com base nos quais se avalia o comportamento da estrutura quando sujeita a forças exteriores de diversos tipos. Estes resultados irão ser apresentados posteriormente nesta dissertação.

Para melhor entendimento destes conceitos é apresentado neste trabalho um estudo feito a um pórtico de três pisos onde foram medidas as acelerações e calculados posteriormente os deslocamentos através de métodos analíticos e experimentais.

1.3. OBJETIVOS

Recentemente foi instalado no laboratório de Estruturas uma plataforma vibratória com dimensão em planta de 3 x 3 m² destinada à realização de ensaios dinâmicos de modelos físicos, tais como modelos reduzidos de estruturas de Engenharia Civil, possibilitando a aplicação de diversos tipos de ações basais, como por exemplo ações sísmicas e harmônicas. Simultaneamente foi também construído um pórtico metálico tridimensional suportando lajes em betão armado, representando a estrutura de um edifício, o qual foi projetado numa dissertação de mestrado integrado.

Neste contexto, os objetivos desta tese são:

- Realizar ensaios de identificação dinâmica dos parâmetros modais da estrutura tridimensional e comparar os valores das frequências naturais e respetivos modos de vibração com os previstos numericamente;
- Simular a aplicação de diversas ações basais, como sejam ações harmônicas e ações sísmicas geradas artificialmente ou baseadas em sismos reais;
- Submeter experimentalmente a estrutura a essas ações por intermédio da plataforma vibratória e realizar estudos comparativos das respostas numéricas e experimentais no domínio do tempo e da frequência;

1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO / ORGANIZAÇÃO

O conteúdo desta dissertação encontra-se dividido em cinco partes distintas. No primeiro capítulo de introdução, faz-se uma consideração inicial, uma contextualização, a definição dos objetivos e umas considerações iniciais sobre dinâmica de estruturas. No último capítulo retiram-se as principais conclusões obtidas com o desenvolvimento do trabalho. Os principais capítulos encontram-se descritos seguidamente:

Capítulo 2 – Descrição do pórtico

Neste capítulo pretende-se efetuar uma breve descrição da estrutura tridimensional de forma a dar a conhecer as dimensões e materiais utilizados bem como as suas ligações.

Posteriormente apresenta-se uma introdução às características físicas, como a massa e rigidez e às características dinâmicas da estrutura e a forma como estas foram obtidas usando métodos numéricos que permitem calcular os parâmetros dinâmicos como frequências naturais e respetivos modos de vibração.

Capítulo 3 – Resposta Estrutural a diversos tipos de ações

Na primeira parte deste capítulo apresenta-se uma pequena explicação da formulação da análise modal e como esta é aplicada ao pórtico em estudo.

Na segunda parte do capítulo são estudadas as respostas de osciladores de um grau de liberdade e de vários graus de liberdade quando atuam neles ações do tipo harmónico. Foi também feita numa folha de cálculo no programa Excel o modelo de cálculo matemático da resposta a nível de deslocamentos dos diferentes pisos quando atua uma força harmónica.

Na terceira parte do capítulo estuda-se a resposta de osciladores de um grau de liberdade e de vários graus de liberdade quando nestes atuam acelerações ao nível da base. São também usados o programa Excel e o programa Duhamel para calcular a resposta da estrutura a nível de deslocamentos, velocidades e acelerações.

Capítulo 4 – Experiência Laboratorial

No presente capítulo começa-se por descrever os ensaios laboratoriais realizados no laboratório de estruturas do DEC que levaram à caracterização dinâmica da estrutura. Os ensaios consistem em ensaiar uma estrutura tridimensional na plataforma vibratória do laboratório. Começa-se por vibrar a estrutura com um ruído branco de modo a obter uma estimativa das frequências naturais da estrutura. Com os valores da frequência obtidos vibra-se a estrutura com as diferentes frequências naturais de maneira a que seja possível observar e registar a deformada do modo ressonante. Com o objetivo de estimar os coeficientes de amortecimento modais da estrutura gravou-se o decaimento natural desta quando terminavam as ações aplicadas anteriormente.

No final do capítulo faz-se uma discussão dos resultados obtidos onde é afinado o modelo matemático utilizado.

2

DESCRIÇÃO DO PÓRTICO

Ao longo deste capítulo irá ser feita uma análise detalhada das características dos materiais, geométricas e dinâmicas do pórtico metálico em estudo, com o intuito de posteriormente ser possível estudar a resposta da estrutura a ações exteriores.

A geometria do pórtico e o material utilizado na estrutura serão caracterizados numa primeira abordagem seguindo-se a descrição das características dinâmicas com base em modelos 2D do pórtico em questão.

2.1. ESQUEMA ESTRUTURAL

A estrutura tridimensional de média dimensão a ser estudada é constituída por doze pilares de um metro de comprimento, doze vigas com 2.1 metros de comprimento e três lajes em betão armado com características específicas, localizada no Laboratório de Estruturas da Faculdade de Engenharia do Departamento de Engenharia Civil (DEC) (figura 2.1).



Figura 2.1: Imagem real do pórtico em cima da plataforma vibratória

2.1.1. PERFIL METÁLICO, LAJE E CONETORES

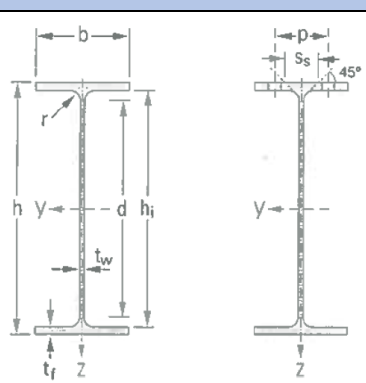
Pretende-se identificar todos os componentes que integram a estrutura metálica tridimensional a ser estudada. De modo geral a estrutura é bastante simples e homogénea, uma vez que todos os componentes estruturais são fabricados no mesmo perfil metálico, os conetores são todos do mesmo material e as lajes vão ter as mesmas massas.

- Perfil Metálico

De forma a simplificar a montagem, só é utilizado um tipo de perfil metálico para todos os elementos estruturais da estrutura tridimensional a ser estudada.

O perfil utilizado foi o IPE 100 de classe S275 com as características apresentada na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Especificações do perfil IPE 100

| Perfil IPE 100 figura | Características | |
|--|---------------------------------------|--|
|  | Área 10.32 cm ² | |
| | h = 100 mm | |
| | b = 55 mm | |
| | t _w = 4,1 mm | |
| | t _f = 5,7 mm | |
| | r = 7 mm | |
| | d = 74,6 mm | |
| | h _i = 88.6 mm | |
| | I _y = 171 cm ⁴ | I _z = 15.92 cm ⁴ |
| | W _y = 34,2 cm ³ | W _z = 5,79 cm ³ |

- Laje

A laje é o único elemento em betão armado na estrutura (figura 2.2). Tem uma espessura de 8.5 cm e não é perfeitamente quadrada sendo que nos cantos possui uma reentrância pois, a ligação pilar-pilar sai fora do plano do perfil e é necessário haver espaço para apertar tal ligação. A laje também é perfurada com uma malha ortogonal para possibilitar várias opções, como suspender vários elementos na mesma, de forma a variar as propriedades. Na figura seguinte (figura 2.2) encontra-se a representação estrutural da laje utilizada.

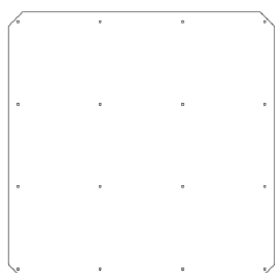


Figura 2.2: Vista superior da laje (MOREIRA, [s.d.])

- Conectores

As ligações entre todos os elementos estruturais são aparafusadas e estabelecidas de forma idêntica.

Na junção base-pilar, as ligações são reforçadas com chapas no eixo dos perfis onde existe uma maior concentração de esforço.

Como os elementos estruturais estão furados da mesma forma a montagem é simplificada.

Os diferentes tipos de ligação entre os elementos estruturais são:

- ligação pilar-pilar,
- ligação pilar-viga,
- ligação base-pilar
- ligação entre a laje e os pisos. Esta última é estabelecida ao apoiar a laje nos quatro cantos através de cantoneiras 80*80*8mm ligadas às vigas.

Como o contorno exterior de um perfil IPE100 não é quadrado, é utilizado um acréscimo em chapas metálicas de 6 mm de espessura que são soldadas nas extremidades do pilar para permitir fazer a ligação

- Ligação pilar-pilar

Esta ligação é muito simples, visto que é estabelecida por intermédio de oito parafusos de diâmetro 8 milímetros, (4 furos nos cantos e outros 4 a meia distancia dos bordos), entre duas chapas quadradas soldadas nos perfis dos pilares.

Logo, todos os pilares à exceção dos da base são iguais tendo chapas quadradas nas extremidades de 16 cm de comprimento e 6 de espessura (figura 2.3).

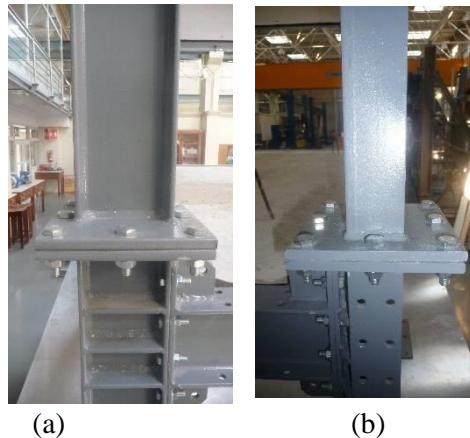


Figura 2.3: Ligação Pilar-Pilar (a) direção de maior inércia; (b) direção de menor inércia

- Ligação pilar-viga

Cada pilar vai ter duas ligações com vigas.

Todas as vigas são iguais, com 2.10 metros de comprimento, com duas chapas próximas do meio para aumentar a resistência das mesmas por causa do possível acréscimo de massa a meio da viga, devido a equipamentos ou até mesmo à introdução de amortecedores viscosos em “V”.

Nas extremidades existem duas chapas ligadas ao perfil que permitem fazer a junção com o pilar através de 8 ligações aparafusadas.

A ligação entre a viga e o pilar, na direção de maior inércia do perfil (figura 2.4), é estabelecida ligando as chapas da viga aos furos existentes na banzo do perfil do pilar.

No sentido de menor inércia do perfil, a ligação é feita ao nível da alma (figura 2.5), mas existe um apoio que permite fazer a ligação igual à anterior sem furar a alma diretamente (figura 2.6). Estas ligações encontram-se ilustradas nas figuras seguintes:

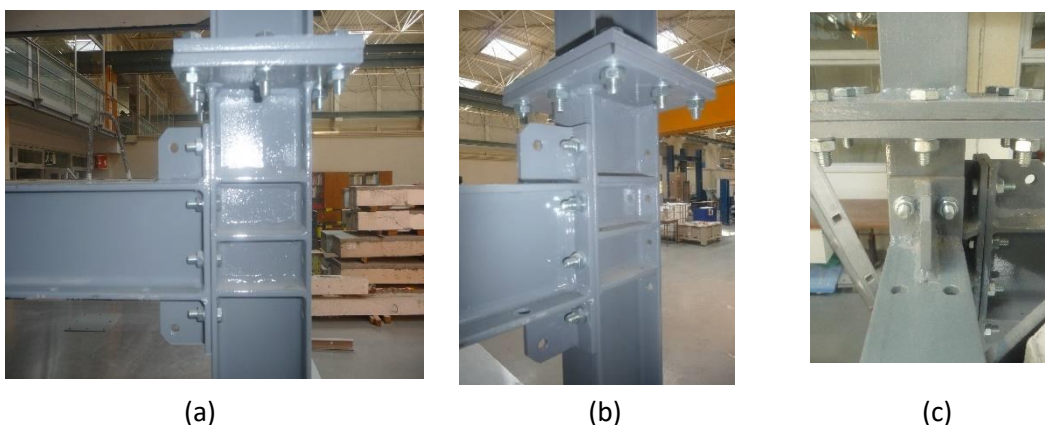


Figura 2.4: Ligação Viga com Banzo do pilar (a) direção de menor inércia; (b) vista lateral (c) direção de maior inércia



Figura 2.5: Ligação viga com Alma do pilar



Figura 2.6: Pormenor da ligação viga com a alma do pilar (a) chapa em T soldada perpendicular à alma; (b) ligação à chapa paralela à alma

○ Ligação base-pilar

Esta ligação é muito semelhante à ligação pilar-pilar pois o pilar é ligado à base da mesa vibratória a partir de uma chapa metálica com 8 ligações aparafusadas. As chapas têm 30 cm de comprimento, 6 de espessura, furadas com 16 milímetros de diâmetro e são reforçadas com três chapas no eixo de menor inércia e com uma chapa no eixo de maior inércia do perfil (figura 2.7).



Figura 2.7: Ligação Base – Pilar (a) direção de maior inércia (b) direção de menor inércia

○ Ligação Laje com Piso

O apoio da laje é feito em quatro pontos, próximo de cada união entre pilar e vigas e é ligado através de um perfil em cantoneira de 80*80*8. Este elemento é colocado na diagonal e é ligado às vigas no banzo inferior por uma ligação aparafusada.

A ligação da laje é efetuada apenas por um parafuso que vai abraçar a laje e a cantoneira (figura 2.8). Como as cantoneiras são removíveis existe a possibilidade de montar as lajes na estrutura com o uso da grua. A entrada é efetuada por cima do pórtico.



Figura 2.8: Ligação Laje com Cantoneira. (a) vista superior; (b) vista inferior

2.2. CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS

A estrutura tridimensional a ser estudada pode ser decomposta em dois modelos de duas dimensões ficando assim facilitado o estudo que será realizado. Assim sendo, o que caracteriza a estrutura no plano são quatro pórticos, isto é, dois em cada direção. Assim, podemos dizer que existem dois pares de pórticos que caracterizam a estrutura sendo que, o que os diferencia é a orientação do perfil metálico dos pilares que faz variar as contribuições das inércias que entram para resposta.

Deste modo, são exibidos na figura 2.9 a representação plana da estrutura bidimensional de três pisos segundo o eixo de maior e menor inércia, na qual também é possível ver os três graus de liberdade associados ao movimento horizontal de cada piso.

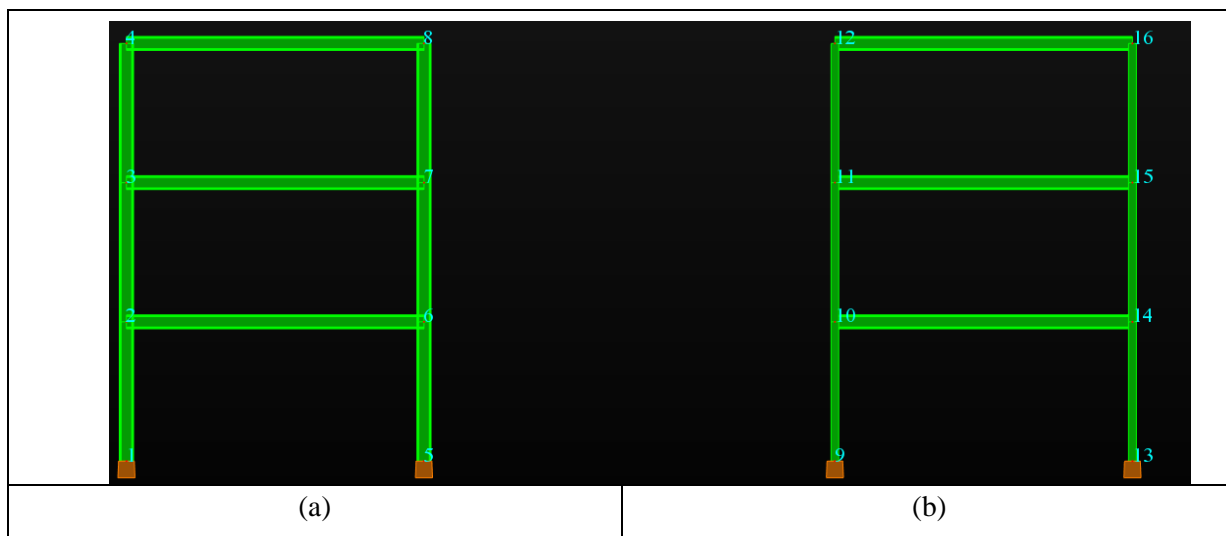


Figura 2.9: Pórtico no eixo: a) maior inércia; b) menor inércia

O pórtico que irá ser estudado será aquele que apresenta os perfis orientados na direção de menor inércia visto ser esta a orientação que promove as maiores deformações. É muito importante não esquecer que na resposta da estrutura a ações horizontais entram dois pórticos iguais.

O estabelecimento do equilíbrio dinâmico é efetuado ao nível de cada grau de liberdade, pelo que a equação diferencial do movimento se apresenta com formato matricial como se pode ver na expressão 2.1:

$$\underbrace{[m] \cdot \{\ddot{u}\}(t)}_{\text{Força de inércia}} + \underbrace{[c] \cdot \{\dot{u}\}(t)}_{\text{Força de amortecimento}} + \underbrace{[k] \cdot \{u\}(t)}_{\text{Força elástica}} = \underbrace{\{f\}(t)}_{\text{Força exterior}} \quad (2.1)$$

Na expressão anterior $[m]$ representa a matriz de massa, $[c]$ a matriz de amortecimento e $[k]$ a matriz de rigidez, enquanto $\{\ddot{u}(t)\}$, $\{\dot{u}(t)\}$ e $\{u(t)\}$ representam respetivamente os vetores das acelerações, das velocidades e dos deslocamentos e $f(t)$ representa o vetor das forças aplicadas. Relativamente às matrizes apresentadas importa agora apresentar cada uma delas com um pouco mais de detalhe.

Atendendo ao exposto nos pontos anteriores a equação do movimento para o exemplo do edifício de 3 pisos pode ser escrita da seguinte maneira (equação 2.2):

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1(t) \\ \ddot{u}_2(t) \\ \ddot{u}_3(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

2.2.1. PARÂMETROS DINÂMICOS

De modo a obterem-se valores de parâmetros dinâmicos fiáveis, é indispensável ter uma correta caracterização dos materiais e da estrutura física analisada.

Uma vez que a análise dinâmica da estrutura é dependente das suas características físicas e dos seus materiais, vai-se começar por definir a massa, e a rigidez. O amortecimento da estrutura só é possível ser quantificado com base em ensaios dinâmicos laboratoriais.

No projeto de dimensionamento de estruturas metálicas é usual idealizar que as ligações entre as vigas e os pilares são infinitamente rígidas ou idealmente flexíveis (ligação de rótula perfeita). O comportamento rígido implica que o ângulo da ligação viga pilar seja sempre constante enquanto que na idealização de rótula este ângulo varia, dependendo apenas das características da viga.

Na realidade, uma ligação viga-pilar nunca apresenta estes comportamentos ideais, visto que, todos os componentes de uma ligação têm características distintas. Este comportamento, designado por semir-rígido, encontra-se limitado pelo comportamento idealmente rígido e pelo idealmente flexível.

Na análise dinâmica vai-se considerar os pisos flexíveis e assim sendo tem-se em conta a deformabilidade axial dos pilares e a rigidez finita do piso. Limita-se cada piso apenas a um grau de liberdade - o deslocamento horizontal do piso.

As rotações nas extremidades quer do pilar, quer da viga estão livres. Mas devido à elevada rigidez das ligações verifica-se que esses valores são muito semelhantes ao de ligações de rotulas rígidas

Com o número limitado de graus de liberdade a um por piso, conclui-se que os graus de liberdade variam de 1 a “n”, em que “n” representa o número de pisos (Chaves, 2010)

Desta forma, o primeiro grau de liberdade está associado ao deslocamento horizontal do piso mais próximo do solo e o “n” grau está-se a referir ao último piso.

Nos cálculos apresentados as matrizes das características físicas da estrutura como a matriz de massa [m], matriz de rigidez [k] e a matriz de amortecimento [C], são quadradas, simétricas e têm dimensão n*n, sendo “n” o número de graus de liberdade do modelo. Também se sabe, que os vetores posição, velocidade e aceleração do modelo possuem dimensão n*1.

2.2.2. FORMULAÇÃO DA MATRIZ DE MASSA E MATRIZ DE RIGIDEZ

Com vista a simplificar o modo de análise da estrutura tridimensional, começa-se por comparar o modelo estrutural com um sistema mecânico que consiste num conjunto de massas, molas (e amortecedores) ligados entre si ou a uma estrutura fixa que promove apenas um movimento uniaxial, conforme se mostra na figura 2.10

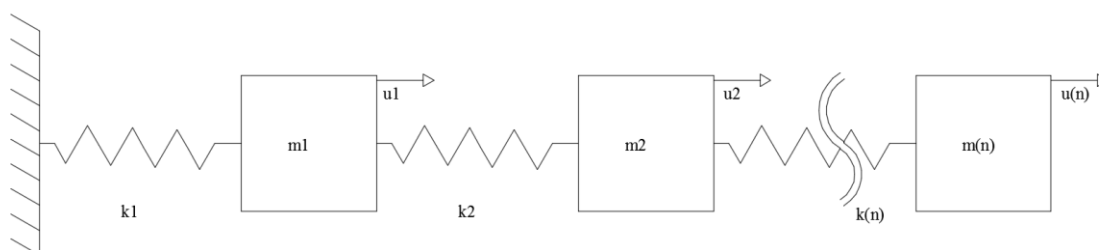


Figura 2.10: Sistema mecânico de "n" graus de liberdade

2.2.2.1. Matriz de Massa

No caso em análise, que é o de um edifício de três pisos, a matriz de massa é bastante simples, uma vez que, o modelo foi idealizado para ter a massa concentrada ao nível dos pisos, com o contributo de uma laje, quatro pilares e de quatro vigas. Uma vez que, os perfis são todos iguais e as lajes têm a mesma massa, os pisos vão ter massas iguais.

Nestas circunstâncias em que a massa está concentrada ao nível dos pisos não existe transmissão de forças de inércia entre os graus de liberdade.

Portanto, considerando-se “m” como a massa de um piso podemos apresentar a matriz de massa da seguinte forma:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Sempre que a massa se encontra concentrada nos graus de liberdade, não existindo transmissão de forças de inércia entre os graus de liberdade, a matriz é diagonal

Com base na figura 2.10 constata-se que de facto a massa apenas interfere no seu grau de liberdade, logo, sabe-se que massa do piso está associada diretamente com a inércia e deslocamento do piso associado.

Na tabela 2.2 representam-se os pesos das lajes, das vigas e dos pilares. São quantificados os pesos por elementos, por total de elementos iguais e por piso.

Tabela 2.2: Pesos dos diferentes elementos

| Elementos | Quantidades | Pesos | | |
|-----------------------------|-------------|------------|--------------------|----------|
| | | 1 Elemento | Elementos no total | 1 Piso |
| | | KN | KN | KN |
| Laje (2.1;2.1;0.085) | 3 | 9.371 | 28.113 | 9.371 |
| Viga (2.1m) | 12 | 0.16681 | 2.00172 | 0.66724 |
| Pilar (1m) | 12 | 0.079434 | 0.953208 | 0.317736 |
| Total | | | 31.0679 | 10.356 |

Com a análise da tabela obtêm-se dois valores importantes que são o peso total de um piso constituído pelos diferentes elementos, o qual tem o valor de 10.356 KN que é aproximadamente 1.055 toneladas e o peso total da estrutura que é de 31.0679 KN o que por sua vez equivale a 3.167 toneladas.

No que diz respeito as massas dos pisos como os graus de liberdade estão ao nível destes o peso destes é constituído por uma laje, quatro pilares e quatro vigas, como referido anteriormente

Assim, considerando-se “m” como a massa de um piso obtêm-se a matriz de massa expressa em toneladas apresentada na expressão 2.4

$$M = \begin{bmatrix} 1.055 & 0 & 0 \\ 0 & 1.055 & 0 \\ 0 & 0 & 1.055 \end{bmatrix} t \quad (1.4)$$

2.2.2.2. Matriz de Rigidez

O cálculo da matriz de rigidez à flexão de uma estrutura referida aos graus de liberdade representados (deslocamento horizontal na direção de menor inercia do perfil) pode ser efetuado seguindo três alternativas, que são em seguida descritas.

1 – Condensação Estática

Por condensação estática da matriz de rigidez completa de 3 graus de liberdade por nó, pode-se obter a matriz de rigidez apenas nos graus de liberdade que se encontram representados na figura 2.11 apresentada, ou seja, um por piso.

Obtém-se assim a matriz de rigidez “k”, de dimensões $n \times n$, sendo o “n” como foi referido anteriormente o número de pisos.

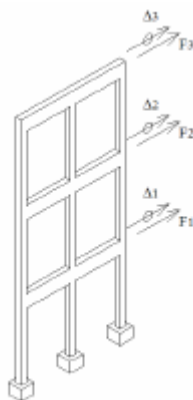


Figura 2.11: Graus de liberdade em estruturas ticoidais (Azevedo, 2004)

2 – Método Direto

Considerando apenas os deslocamentos do piso que interessam na análise, um por piso e aplicando ao pórtico um conjunto de deslocamentos prescritos em que um deles é unitário e os restantes são nulos, obtém-se diretamente a matriz de rigidez “k”, pretendida.

Pode observa-se a metodologia do processo no modelo representado na figura 2.12, em que se representa a deformada pela ação de um deslocamento unitário na direção Δ_2 .

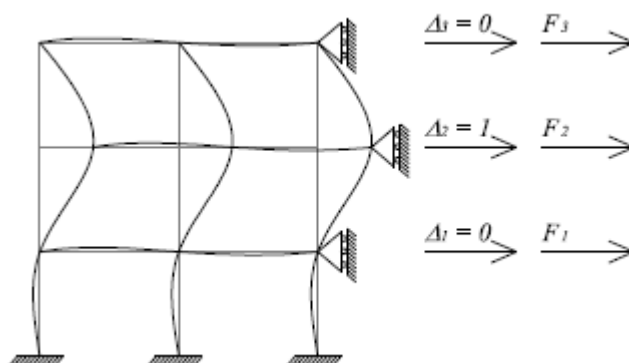


Figura 2.12: Pórtico deformado pela ação de um deslocamento unitário na direção Δ_2 . (Azevedo, 2004)

Observa-se que, na figura 2.12 está representada a deformada correspondente à imposição de um deslocamento unitário segundo o grau de liberdade Δ_2 , sendo nulos os deslocamentos segundo os outros graus de liberdade Δ_1 e Δ_3 . As forças que fixam os nós nas posições prescritas correspondem à segunda coluna da matriz de rigidez k_t .

Esta afirmação é traduzida pela equação (2.5):

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Ou seja, $k_{12} = F_1$, $k_{22} = F_2$ e $k_{32} = F_3$

Os restantes elementos da matriz de rigidez obter-se-iam de modo semelhante. No caso geral, a relação de rigidez correspondente a cada estrutura é dada por:

$$\underline{k}_t \cdot \underline{\Delta} = \underline{F} \quad (2.6)$$

Sendo, k_t uma matriz simétrica.

3 – Matriz de Flexibilidade

A utilização deste método baseia-se na aplicação de uma única força unitária segundo o grau de liberdade em estudo. Para este exemplo vamos aplicar a força unitária segundo o grau de liberdade Δ_2 . Obtém-se assim a deformada apresentada na figura 2.13.

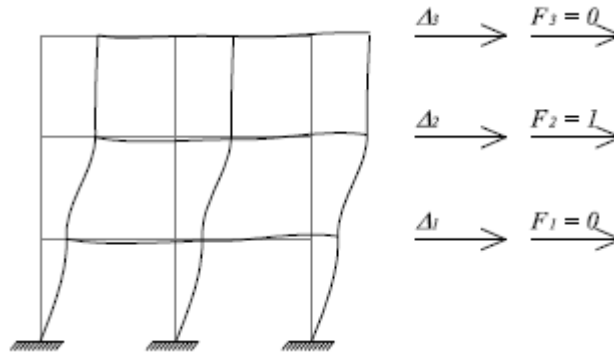


Figura 2.13: Pórtico deformado pela ação de uma força unitária na direção Δ_2 . (Azevedo, 2004)

Nestas circunstâncias a relação de flexibilidade é dada pela seguinte formulação (2.7):

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

Onde, $q_{12} = \Delta_1$, $q_{22} = \Delta_2$, $q_{32} = \Delta_3$.

Desta maneira, cada coluna da matriz de flexibilidade contém os deslocamentos obtidos por intermédio de ações unitárias em correspondência com os graus de liberdade considerados.

Para o caso geral, a relação de flexibilidade é

$$\underline{Q}_t \cdot \underline{F} = \underline{\Delta} \quad (2.8)$$

sendo, \underline{Q} uma matriz de flexibilidade da estrutura.

Para acabar, a matriz de rigidez “k”, obtém-se por inversão da matriz de flexibilidade “Q”.

$$\underline{k}_t = \underline{Q}_t^{-1} \quad (2.9)$$

As matrizes de rigidez e de flexibilidade são simétricas. (Azevedo, 2004)

O método utilizado para o cálculo da matriz de rigidez na estrutura em análise foi o Método Direto como se pode observar na figura 2.14. As forças que são aplicadas ao nível dos pisos levam ao deslocamento unitário destes.

Isto é, no programa de cálculo Robot Strutural Analasis aplicaram-se forças ao nível dos pisos de modo a que estes tivessem um deslocamento unitário e nos restantes pisos foram travados os deslocamentos horizontais por meio de um apoio que restringisse esse movimento. A força que origina o deslocamento unitário do piso em questão e as reações originadas nos apoios dos outros pisos são os valores do vetor da rigidez associada a um certo grau de liberdade.

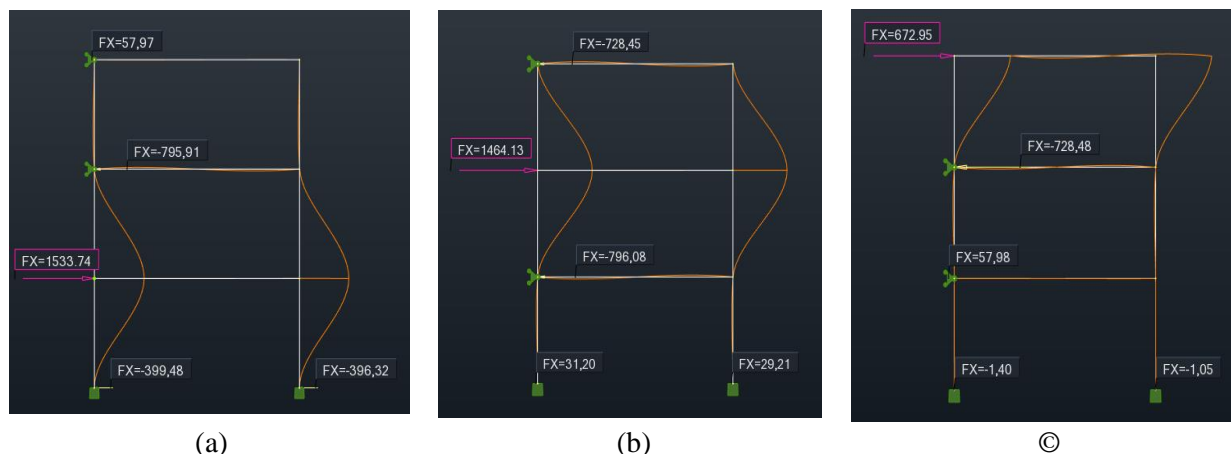


Figura 2.14: Aplicação do Método Direto. (a) deslocamento unitário no primeiro piso; (b) deslocamento unitário no segundo piso; (c) deslocamento unitário no terceiro piso

Como só está representado um pórtico os valores obtidos têm que ser multiplicados por 2, pois este é número de pórticos que existem na direção a ser estudada.

Desta forma juntando-se os diferentes vetores resulta a matriz de rigidez à flexão da estrutura.

$$K = \begin{bmatrix} 3067.48 & -1592.16 & 115.96 \\ -1592.16 & 2928.26 & -1457 \\ 115.96 & -1457 & 1345.9 \end{bmatrix} \text{ KN/m} \quad (2.10)$$

2.2.3. FREQUÊNCIAS NATURAIS E RESPECTIVOS MODOS DE VIBRAÇÃO

Estando definidas as características físicas da estrutura, massa e rigidez é a altura de obter as frequências naturais e respectivos modos de vibração.

Para a determinação das frequências próprias de um determinado sistema é efetuado uma análise do movimento em regime de vibração livre e sem amortecimento.

Desta maneira, simplifica-se a equação de equilíbrio dinâmico que fica representada da seguinte forma:

$$[\underline{M}] \cdot \{\ddot{\underline{u}}(t)\} + [\underline{k}] \cdot \{\underline{u}(t)\} = \{\underline{0}\} \quad (2.11)$$

Admitindo que a resposta é dada por um movimento do tipo harmónico quando vibra com uma dada frequência “ ω ”, apresenta-se a resposta a nível de deslocamentos da seguinte maneira:

$$\{\underline{u}(t)\} = \{\underline{v}\} \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) \quad (2.12)$$

Em que, $\{\underline{v}\}$ é o vetor que representa a configuração de deformada da estrutura (não varia com o tempo), ω é a frequência angular de vibração e ϕ é a fase.

Derivando duas vezes a expressão em ordem ao tempo, obtém-se a expressão das acelerações ao longo do tempo:

$$\{\ddot{\underline{u}}(t)\} = -\omega^2 \cdot \{\underline{v}\} \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) \quad (2)$$

Após substituir as equações anteriores na equação de equilíbrio dinâmico, e trabalhando esta última, obtém-se:

$$[\underline{k} - \omega^2 \cdot \underline{M}] \cdot \{\underline{v}\} = \{\underline{0}\} \quad (3)$$

De forma a que o sistema de equações anterior tenha uma solução não trivial (esta seria $\{\underline{v}\} = \{\underline{0}\}$), é necessário igualar o determinante da matriz $[\underline{k} - \omega^2 \underline{M}]$ a zero.

Então, pode-se concluir que a determinação das frequências e modos de vibração resulta num problema de determinação de valores e vetores próprios, em que os valores próprios representam as frequências e os vetores próprios representam os modos de vibração.

Assim, a cada frequência ω_n corresponde um modo de vibração $\{\underline{v}_n\}$.

É de salientar que a determinação das frequências naturais próprias da estrutura e os seus respectivos modos de vibração foram calculados considerando o amortecimento nulo, o que na realidade não acontece pois em todas as estruturas ocorre amortecimento.

2.2.3.1. Cálculo das Frequências Naturais e Respetivos Modos de Vibração

Obtidos os resultados da matriz de massa e da matriz de rigidez, e com base no acima exposto, a aquisição dos valores das frequências naturais é um cálculo direto que consiste na resolução dos valores próprios do seguinte sistema.

$$\det(K - \omega^2 \cdot M) = 0 \quad (2.15)$$

Pelas propriedades das matrizes M e K sabemos, então, que ω é um vetor com dimensões $n \times 1$ com os seguintes valores:

$$\omega = \begin{bmatrix} 15.437 \\ 45.057 \\ 68.488 \end{bmatrix} \text{ rad/s} \quad (2.16)$$

Como se sabe, o vetor coluna ω representa as frequências naturais da estrutura em estudo. Portanto o próximo passo / a próxima etapa é, passar ao cálculo dos modos de vibração, que serão obtidos separadamente para cada frequência, através da seguinte expressão:

$$(K - \omega_g^2 \cdot M) \cdot \Phi_g = 0 \quad (2.17)$$

Desta forma, obtém-se um vetor de dimensão “n”:

$$\Phi_g = \begin{bmatrix} \Phi_{1,g} \\ \Phi_{2,g} \\ \vdots \\ \Phi_{g,g} \\ \vdots \\ \Phi_{n-1,g} \\ \Phi_{n,g} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

É importante salientar que o cálculo analítico leva à resolução de um sistema de equações indeterminadas e, por essa razão, tem que se arbitrar um valor em cada modo de maneira a que os outros dois valores venham em função do valor arbitrado. Normalmente o valor arbitrado é o da unidade para simplificar os cálculos e as razões entre os outros valores.

Sabendo que existem “n” modos de vibração, pode-se criar a matriz modal $n \times n$.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1.95 & 0.522 & -1.145 \\ 2.49 & -0.81 & 0.495 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

No modelo estudado chegamos aos seguintes modos de vibração. Fixando o primeiro valor de cada modo à unidade, isto é, $\phi_{11} = \phi_{12} = \phi_{13} = 1$. Na figura 2.15 seguinte são representados os modos de vibração:

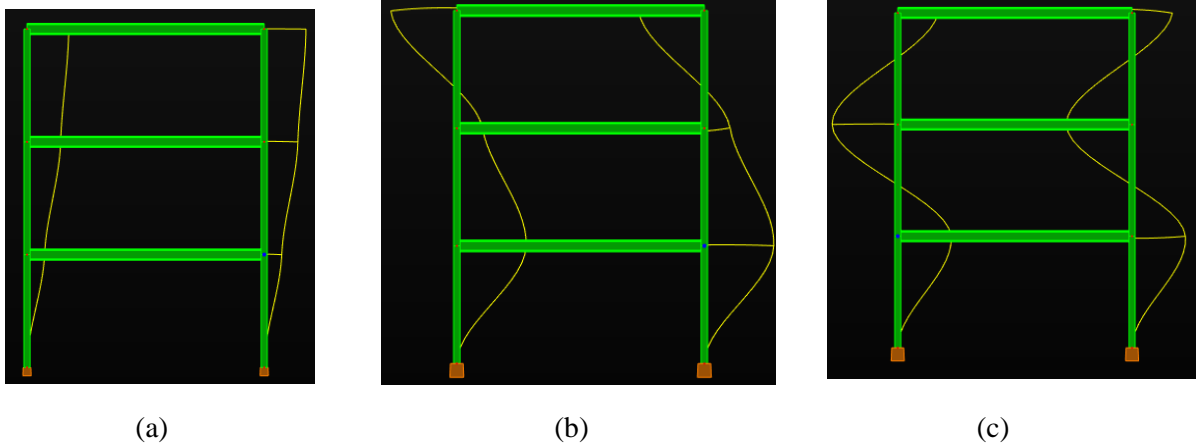


Figura 2.15: Representação dos três primeiros modos de vibração

3

RESPOSTA ESTRUTURAL A DIVERSOS TIPOS DE AÇÕES

3.1. ANÁLISE MODAL

3.1.1. FORMULAÇÃO

O método da análise modal é o mais utilizado dentro das várias técnicas a que se pode recorrer para resolver a equação do movimento/equilíbrio. Utiliza um conjunto ortonormado de configurações de modos de vibração para transformar o sistema de N equações diferenciais lineares de 2ª ordem a N incógnitas, que constitui a equação do movimento, num conjunto de N equações lineares independentes de 2ª ordem a uma incógnita.

Considerando uma estrutura com N graus de Liberdade tem-se o sistema de equações que define o equilíbrio dinâmico na forma representada pela equação (3.1)

$$\sum_{i=1}^N m_{ij} \cdot \ddot{u}_i(t) + \sum_{i=1}^N c_{ij} \cdot \dot{u}_i(t) + \sum_{i=1}^N k_{ij} \cdot u_i(t) = F_j(t) \quad (3.1)$$

Ou, em linguagem matricial equação (3.2)

$$[M] \cdot \{\ddot{\underline{u}}(t)\} + [C] \cdot \{\dot{\underline{u}}(t)\} + [k] \cdot \{\underline{u}(t)\} = \{\underline{F}(t)\} \quad (3.2)$$

Em que $[M]$, $[C]$ e $[k]$ são as matrizes de Massa, Amortecimento clássico e Rigidez à flexão da Estrutura respetivamente de ordem N . (Belejo)

Seguindo (Guerreiro, 1999), procede-se a uma pequena explicação do que trata a análise modal de uma estrutura.

Sabendo-se que, pela decomposição modal, a representação de um sistema dinâmico pode ser obtida por um conjunto de equações diferenciais desacopladas, desde que a matriz de amortecimento seja clássica, isto é, a matriz de amortecimento do sistema pode ser obtida por combinação linear das matrizes de massa e rigidez, as quais são influenciadas por duas constantes convenientemente obtidas.

Nestas circunstâncias, a resposta do sistema pode ser determinada pela resolução independente de cada uma dessas equações, após a qual se procede à sobreposição dos contributos modais de acordo com as coordenadas modais assim encontradas

Esta aplicação usa-se no estudo de sistemas mais complexos caracterizados por um elevado número de graus de liberdade pois alcança com rigor a resposta estrutural considerando unicamente a contribuição dos primeiros modos de vibração.

De seguida, descreve-se os procedimentos deste método, utilizando o sistema mecânico representado na figura 3.1 que idealiza o pórtico do caso de estudo, quando solicitado a ações harmónicas e a um sismo na direção mais flexível da estrutura.

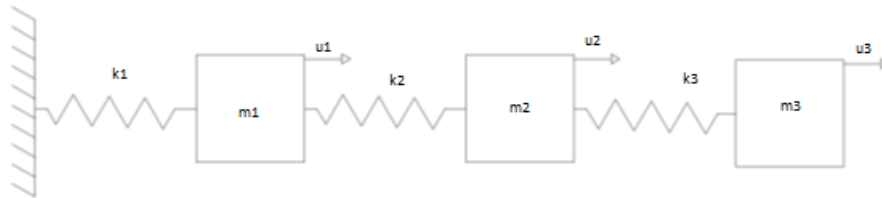


Figura 3.1: Modelo de Sistema mecânico adotado

O sistema de equações de equilíbrio dinâmico é constituído por um conjunto de equações ligadas, como representado na equação (3.3)

$$\underbrace{[m] \cdot \{\ddot{u}\}(t)}_{\text{Força de inércia}} + \underbrace{[c] \cdot \{\dot{u}\}(t)}_{\text{Força de amortecimento}} + \underbrace{[k] \cdot \{u\}(t)}_{\text{Força elástica}} = \underbrace{\{f\}(t)}_{\text{Força exterior}} \quad (3.3)$$

Como acima referido, a matriz de amortecimento é clássica, portanto o sistema pode ser objeto de uma análise modal por desacoplamento das equações de equilíbrio.

O primeiro passo deste procedimento consiste na determinação das frequências naturais de vibração e configuração dos respetivos modos de vibração, de acordo com a metodologia indicada na secção 2.2.3. O passo seguinte consiste no cálculo das massas modais, rigidez modais, amortecimentos modais e forças modais associados a cada modo de vibração. (Moutinho, 2007)

3.1.2. APLICAÇÃO AO PÓRTICO EM ESTUDO

As características da massa, rigidez e amortecimento nos diferentes modos de vibração são representadas da seguinte maneira:

- Massas generalizadas / Massa Modal:

$$M_n = \{\Phi_n^T\} \cdot [M] \cdot \{\Phi_n\} \quad (3.4)$$

Massa da estrutura para o 1º Modo:

$$M_1^* = \{1 \quad 1.95 \quad 2.49\} \cdot \begin{bmatrix} 1.055 & 0 & 0 \\ 0 & 1.055 & 0 \\ 0 & 0 & 1.055 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.95 \\ 2.49 \end{Bmatrix} = 11.607 \text{ t} \quad (3.5)$$

Massa da estrutura para o 2º Modo:

$$M_2^* = \{1 \quad 0.522 \quad -0.81\} \cdot \begin{bmatrix} 1.055 & 0 & 0 \\ 0 & 1.055 & 0 \\ 0 & 0 & 1.055 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.522 \\ -0.81 \end{Bmatrix} = 2.035 \, t \quad (3.6)$$

Massa da estrutura para o 3º Modo:

$$M_3^* = \{1 \quad -1.145 \quad 0.495\} \cdot \begin{bmatrix} 1.055 & 0 & 0 \\ 0 & 1.055 & 0 \\ 0 & 0 & 1.055 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.145 \\ 0.495 \end{Bmatrix} = 2.697 \, t \quad (3.7)$$

Em formato matricial fica:

$$M^* = \begin{bmatrix} 11.607 & 0 & 0 \\ 0 & 2.035 & 0 \\ 0 & 0 & 2.697 \end{bmatrix} t \quad (3.8)$$

- Rigidez generalizada / Rigidez Modal:

$$K_n = \{\Phi_n^T\} \cdot [K] \cdot \{\Phi_n\} \quad (3.9)$$

Rigidez da estrutura para o 1º Modo:

$$K_1^* = \{1 \quad 1.95 \quad 2.49\} \cdot \begin{bmatrix} 3067.48 & -1592.16 & 115.96 \\ -1592.16 & 2928.26 & -1457 \\ 115.96 & -1457 & 1345.9 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.95 \\ 2.49 \end{Bmatrix} = 2 \, 765.78 \, kN/m \quad (3.10)$$

Rigidez da estrutura para o 2º Modo:

$$K_2^* = \{1 \quad 0.522 \quad -0.81\} \cdot \begin{bmatrix} 3067.48 & -1592.16 & 115.96 \\ -1592.16 & 2928.26 & -1457 \\ 115.96 & -1457 & 1345.9 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.522 \\ -0.81 \end{Bmatrix} = 4 \, 130.56 \, kN/m \quad (3.11)$$

Rigidez da estrutura para o 3º Modo:

$$K_3^* = \{1 \quad -1.145 \quad 0.495\} \cdot \begin{bmatrix} 3067.48 & -1592.16 & 115.96 \\ -1592.16 & 2928.26 & -1457 \\ 115.96 & -1457 & 1345.9 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.145 \\ 0.495 \end{Bmatrix} = \frac{12 \, 648.82}{kN/m} \quad (3.12)$$

Em formato matricial fica:

$$K^* = \begin{bmatrix} 2 \, 765.78 & 0 & 0 \\ 0 & 4 \, 130.56 & 0 \\ 0 & 0 & 12 \, 648.82 \end{bmatrix} kN/m \quad (3.13)$$

- Amortecimento generalizado / Amortecimento Modal com um coeficiente de amortecimento de 0.01 em todos os modos de vibração

$$C_n^* = 2 \cdot \zeta \cdot \sqrt{K_n^*} \quad (3.14)$$

Amortecimento da estrutura para o 1º Modo:

$$C_1^* = 2 \cdot 0.01 \cdot \sqrt{2 \cdot 765.78} = 1.052 \quad (3.15)$$

Amortecimento da estrutura para o 2º Modo:

$$C_n^* = 2 \cdot 0.01 \cdot \sqrt{4 \cdot 130.56} = 1.285 \quad (3.16)$$

Amortecimento da estrutura para o 3º Modo:

$$C_n^* = 2 \cdot 0.01 \cdot \sqrt{12 \cdot 648.82} = 2.249 \quad (3.17)$$

Em formato matricial fica:

$$C^* = \begin{bmatrix} 1.052 & 0 & 0 \\ 0 & 1.285 & 0 \\ 0 & 0 & 2.249 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

3.2. RESPOSTA A UMA AÇÃO HARMÓNICA

3.2.1. OBJETIVOS

Na realização desta parte do trabalho é feito um estudo a uma ação harmónica cujo objetivo é adquirir uma maior confiança na validação do modelo e dos parâmetros dinâmicos

3.2.2. RESPOSTA DE 1 OSCILADOR DE 1 GRAU DE LIBERDADE

Considera-se que numa estrutura de um grau de liberdade é atuada uma ação harmónica aplicada da forma:

$$p(t) = p_0 \cdot \sin(\varpi \cdot t) \quad (3.23)$$

p_0 indica a amplitude e ϖ a frequência da solicitação

A equação do movimento de equilíbrio dinâmico é

$$m \cdot \ddot{u} + C \cdot \dot{u} + k \cdot u = p_0 \cdot \sin(\varpi \cdot t) \quad (3.24)$$

sendo a solução complementar do deslocamento igual a:

$$u_c = e^{-\xi \omega t} \cdot [A \cdot \cos(\omega_a \cdot t) + B \cdot \sin(\omega_a \cdot t)] \quad (3.25)$$

A solução particular assume a forma seguinte

$$u_p = C_1 \cdot \sin(\varpi \cdot t) + C_2 \cdot \cos(\varpi \cdot t) \quad (3.26)$$

Onde são introduzidas estas duas parcelas (C_1 , C_2) porque em geral a resposta do sistema amortecido não está em fase com a carga harmónica.

Onde:

$$C_1 = \frac{p_0}{k} \cdot \frac{1 - r^2}{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot r)^2} \quad (3.27)$$

$$C_2 = \frac{p_0}{k} \cdot \frac{-2 \cdot \xi \cdot r}{(1 - r^2)^2 + (2 \xi r)^2} \quad (3.28)$$

$$r = \frac{\varpi}{\omega} \quad (3.294)$$

A resposta total é dada por:

$$u(t) = e^{-\xi \omega t} \cdot [A_d \cdot \cos(\omega_a \cdot t) + B_d \cdot \sin(\omega_a \cdot t)] + u_{s0} \cdot D \cdot [\sin(\varpi \cdot t - \alpha)] \quad (3.30)$$

onde,

$$u_{s0} = \frac{p_0}{k} \quad (3.31)$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot r)^2}} \quad (3.32)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{2 \cdot \xi \cdot r}{1 - r^2} \quad (3.33)$$

$$A_d = u_0 + u_{s0} \cdot D^2 \cdot 2 \cdot \xi \cdot r \quad (3.34)$$

$$B_d = \frac{\left[u_0 \cdot \xi + \frac{\dot{u}_0}{\omega} + u_{s0} \cdot D^2 \cdot r \cdot (r^2 + 2 \cdot \xi^2 - 1) \right]}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3.35)$$

Em que D é o fator de amplificação dinâmica, e o parâmetro α representa o desfaseamento entre a ação e a resposta.

Dividindo a totalidade dos termos por m , na equação de equilíbrio, obtém-se a expressão

$$\ddot{u} + 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot \dot{u} + \omega^2 \cdot u = \frac{p_0}{m} \cdot \sin(\varpi \cdot t) \quad (3.36)$$

A solução desta equação diferencial é composta pela sobreposição da solução geral da equação homogénea com a solução particular da equação não homogénea.

3.2.3. RESPOSTA DE OSCILADORES DE VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE

Para a análise da resposta dinâmica de um oscilador de múltiplos graus de liberdade em regime forçado, pode-se considerar o sistema de equações representado em

$$\ddot{u}_{Gn}(t) + 2 \cdot \omega_n \cdot \xi_n \cdot \dot{u}_{Gn}(t) + \omega_n^2 \cdot u_{Gn}(t) = \{\Phi\}_n^T \cdot \{p(t)\}, \quad \text{para o modo } n \quad (3.37)$$

Como as forças de excitação que compõem o vetor de forças $\{p(t)\}$ são harmónicas, a resposta pode ser calculada através das funções de amplificação dinâmica D definidas para osciladores de um grau de liberdade. Estas funções permitem calcular a amplitude da resposta em regime forçado de um oscilador de um grau de liberdade, sujeito a uma excitação harmónica de frequência ω e a respetiva fase θ

Num sistema de múltiplos graus de liberdade tem de considerar-se a hipótese mais geral de haver forças harmónicas $p_i(t)$, aplicadas a todos os graus de liberdade. Assim o termo da direita da equação (3.37) toma a seguinte forma:

$$\{\Phi\}_n^T \cdot \{p(t)\} = \sum_{i=1}^n \Phi_{i n} \cdot A_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t) \quad (3.38)$$

Em que: $\Phi_{i n}$ – Componente i do modo de vibração n ;

A_i – Amplitude da força harmónica no grau de liberdade i da estrutura; ω_i – Frequência da força harmónica aplicada no grau de liberdade i da estrutura; n – Número total de modos de vibração (ou de graus de liberdade dinâmicos da estrutura)

A resposta no modo de vibração n de um sistema de m graus de liberdade é traduzida pela seguinte equação:

$$(3.39)$$

$$u_{Gn}(t) = \sum_{i=1}^m \Phi_{i n} \cdot D_{1 i n} \cdot \frac{A}{\omega_n^2} \cdot \cos(\omega_i \cdot t - \theta_{i n})$$

$$(3.40)$$

$$D_{1 i n} = \frac{1}{\sqrt{(1 - r_{i n}^2)^2 + (2 \cdot \xi_n \cdot r_{i n})^2}}$$

$$(3.41)$$

$$\theta_{i n} = \arctg\left(\frac{2 \cdot \xi_n \cdot r_{i n}}{1 - r_{i n}^2}\right)$$

$$r_{in} = \frac{\bar{\omega}}{\omega} \quad (3.42)$$

Após o cálculo da resposta nas coordenadas modais é necessário fazer a transformação de coordenadas para obter a resposta expressa em termos das coordenadas da estrutura. (Guerreiro, 1999)

3.2.4. RESPOSTA DO PÓRTICO A UMA AÇÃO HARMÓNICA

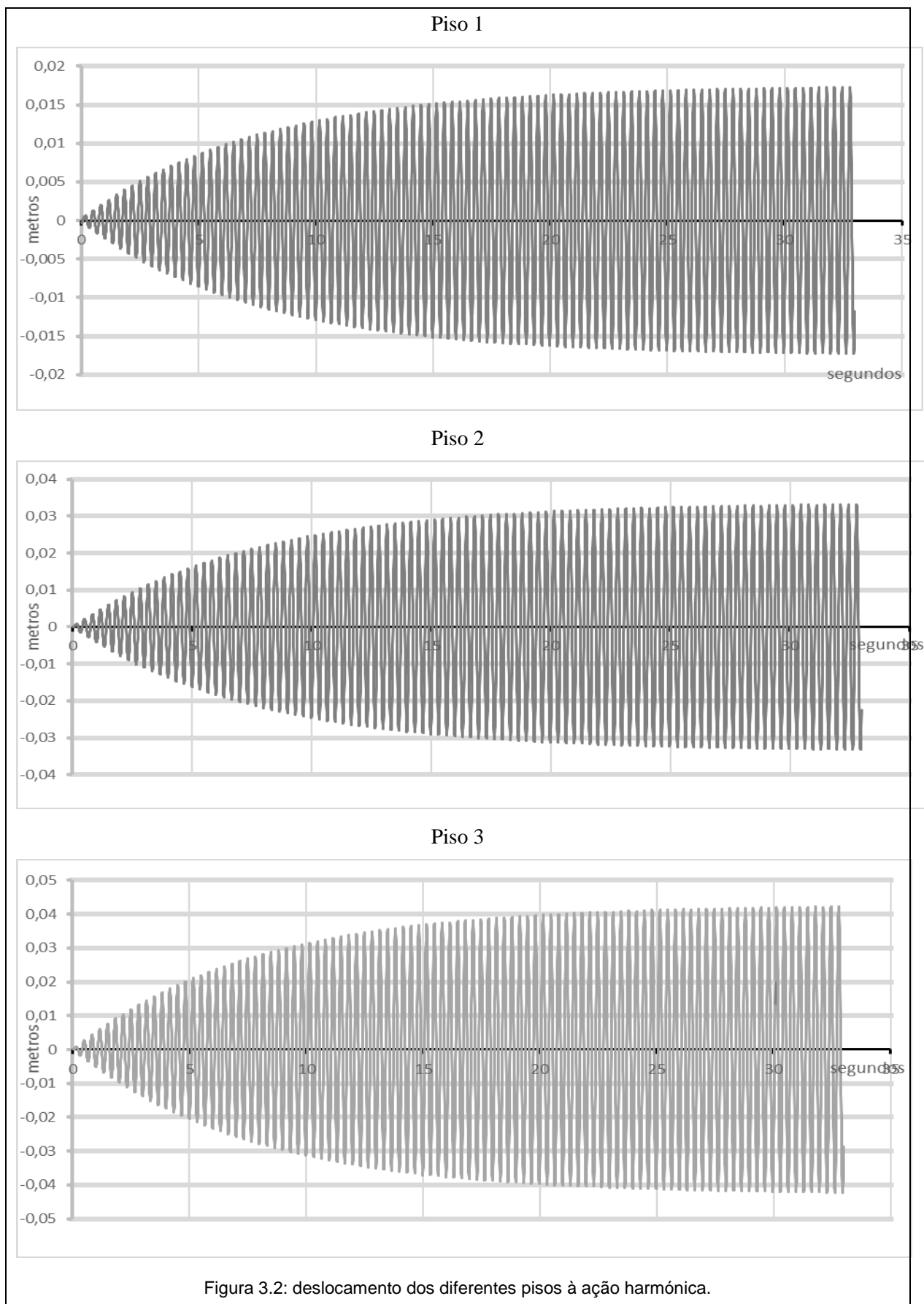
Tem que se definir em primeiro lugar a força generalizada, neste caso, de uma ação harmónica que só está a ser aplicada no primeiro piso. A força tem uma amplitude de 1 e uma frequência de solicitação igual à frequência natural mais baixa, isto é, $\bar{\omega} = 15.437$ rad/s.

$$P_n(t) = \Phi_n^T \cdot \tilde{P}(t) = \Phi_n^T \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot p_0 \cdot \text{sen}(\bar{\omega} \cdot t) \quad (3.43)$$

Para alcançar os valores dos deslocamentos na estrutura a ser estudada usaram-se as equações apresentadas em (3.2.3).

Desta maneira, numa primeira fase foram calculadas as diferentes parcelas do deslocamento, a estacionária e a transitória relativas aos osciladores de um grau de liberdade.

Na segunda fase, usou-se o método da sobreposição modal. Multiplicou-se o valor obtido de cada oscilador com o respetivo vetor modal. Desta maneira obteve-se o deslocamento dos três pisos da estrutura para cada oscilador. Para se obter o deslocamento da estrutura soma-se a contribuição dos diferentes modos em cada piso, na figura 3.2 mostra-se os valores de deslocamentos dos diferentes pisos quando sujeitos à carga harmónica.



3.3. RESPOSTA A UMA AÇÃO SÍSMICA

Esta secção tem como propósito avaliar de forma preliminar a resposta da estrutura quando sujeita à ação sísmica que se utilizou na experiência laboratorial

Deste modo obtiveram-se resultados ao nível de deslocamentos, velocidades e acelerações dos diferentes pisos, assim como os momentos e tensões normais nas secções mais críticas.

3.3.1. RESPOSTA DINÂMICA A UMA ACELERAÇÃO DE BASE

Quando a estrutura é solicitada por movimentos na base, situação verificada durante a atuação de sismos, as equações que caracterizam a resposta dinâmica tomam a seguinte forma:

$$m \cdot \ddot{q}^* + C \cdot \dot{q}^* + k \cdot q^* = -m \cdot \ddot{a}_s(t) = F_i(t) \quad (3.44)$$

em que q^* representa o deslocamento relativo solo-estrutura

Vê-se assim que a análise de uma estrutura sujeita a uma aceleração de base a_s é equivalente à análise dessa mesma estrutura, sujeita a uma força de inércia $F_i(t)$ igual ao produto da sua massa pela aceleração do solo. Neste caso:

$$q_r(t) = q(t) - q_s(t)$$

$q_r(t)$ – deslocamento relativo;

$q(t)$ – deslocamento absoluto;

$q_s(t)$ – deslocamento do solo.

Para um oscilador de vários graus de liberdade, a equação acima toma uma forma matricial em que o segundo membro é o produto da matriz de massa por um vetor com todos os termos iguais à aceleração do solo (Guerreiro, 1999)

$$[m] \cdot \ddot{q}^* + [C] \cdot \dot{q}^* + [k] \cdot q^* = -[m] \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{a}_s(t) \\ \ddot{a}_s(t) \\ \vdots \\ \ddot{a}_s(t) \end{Bmatrix} = \{F_i(t)\} \quad (3.45)$$

3.3.2. ANÁLISE MODAL

A resposta de um sistema de vários graus de liberdade a ações sísmicas pode ser efetuada da seguinte forma.

A resposta a uma aceleração de solo é idêntica à resposta do sistema a forças aplicadas ao nível dos vários graus de liberdade com os valores iguais ao produto do valor da aceleração de base, correspondente ao grau de liberdade em questão, pela massa respetiva.

Assim se um sistema está sujeito a uma aceleração, por exemplo segundo a direção x, a análise da resposta pode ser efetuada supondo aplicadas a todos os graus de liberdade segundo a direção x forças equivalentes ao valor da aceleração de solo vezes a massa correspondente a esse mesmo grau de liberdade.

Tal equivale a fazer atuar sobre o sistema um vetor de forças definido como

$$Q(t) = -M \cdot \{l_x\} \cdot \ddot{a}_{sx}(t) \quad (3.46)$$

Em que $a_{sx}(t)$ é o valor da aceleração, l_x é um vetor formado por elementos unitários nas posições correspondentes aos graus de liberdade segundo a direção da aceleração e elementos nulos em todas as outras posições.

Na ocorrência simultânea de aceleração do solo em várias direções o raciocínio exposto é generalizável (caso tridimensional). (Azevedo, 2004)

Para o estudo do comportamento da estrutura foi utilizado/simulado um acelerograma artificial aplicada à base da estrutura tridimensional na direção de menor inércia do perfil dos pilares (figura 3.3).

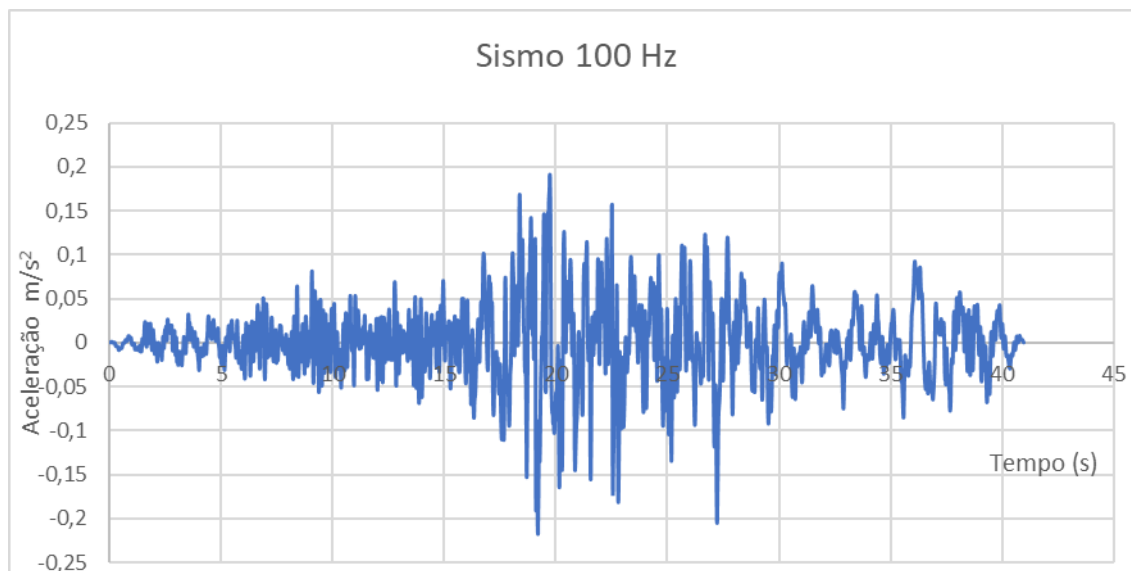


Figura:3.3: Acelerograma utilizado

De modo, a obter a resposta em função de forças que são aplicadas ao nível dos pisos, basta multiplicar a massa destes pela aceleração. Como neste caso todos os pisos têm a mesma massa as forças são iguais para todos os pisos, pode-se ver na figura 3.4 a variação destas forças com o tempo.



Figura 3.4: Força de Inércia aplicada a cada piso que simula a aceleração na base

Tendo em vista que será feita uma análise modal vai-se, primeiramente, calcular as forças generalizadas associadas a cada modo de vibração. Isto faz-se multiplicando o vetor transposto dos modos de vibração pelo vetor com os valores da força de inércia em cada piso num determinado tempo.

Nas figura 3.5 até figura 3.7 estão representadas as forças generalizadas do primeiro, segundo e terceiro modo de vibração em função do tempo.

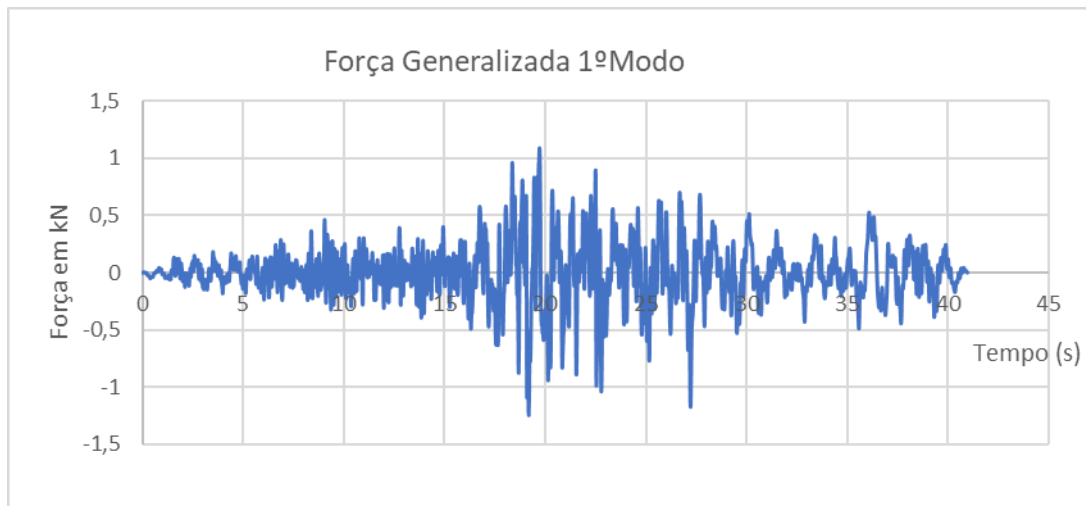


Figura 3.5: Força Generalizada do 1º Modo

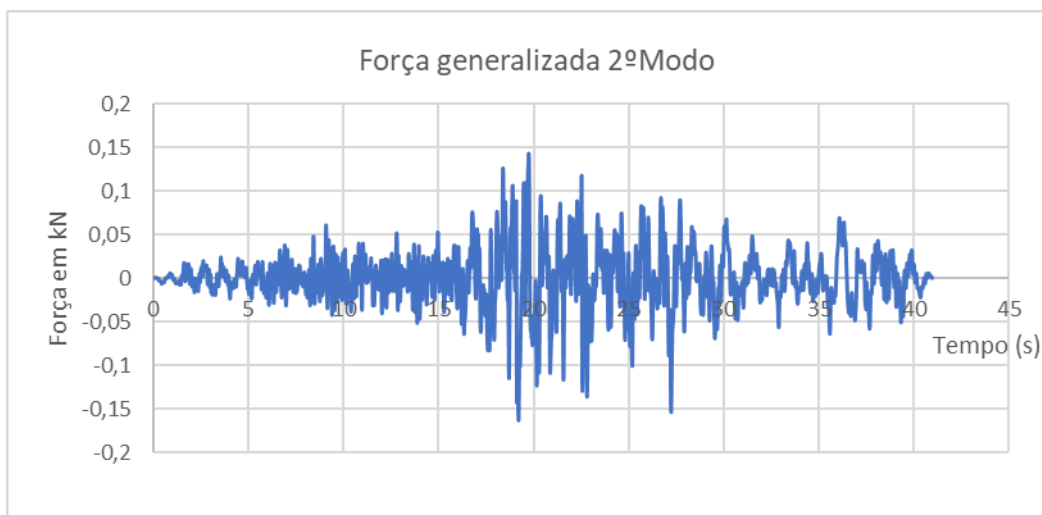


Figura 3.6: Força Generalizada do 2º Modo

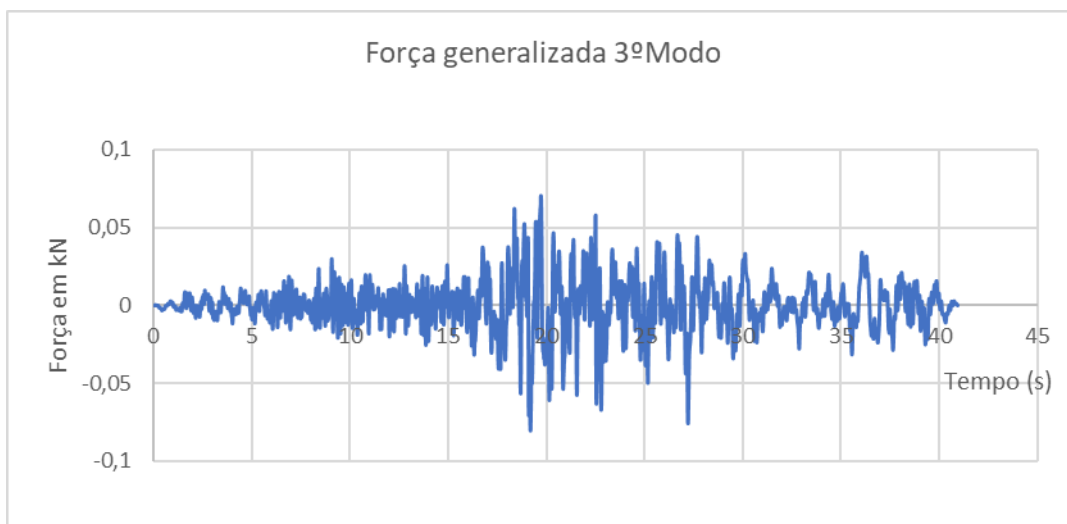


Figura 3.7: Força Generalizada do 3º Modo

Tendo em vista obter a resposta de cada piso a nível de deslocamentos, velocidades e acelerações foi utilizado o programa Duhamel. Este dá a resposta de um oscilador de 1 grau de liberdade quando sujeito a uma ação caracterizada no tempo.

Neste programa foram definidas as massas, rigidezes e forças generalizadas de forma a obter as diferentes respostas generalizadas dos três modos. Utilizou-se na primeira análise um coeficiente de amortecimento igual a 0.01

Com os valores obtidos utiliza-se o método da sobreposição modal para obter a resposta final nos três pisos. Nas figuras seguintes apresentam-se as respostas em função do tempo dos pisos a nível de deslocamentos (figura 3.8), velocidades (figura 3.9) e acelerações (figura 3.10).

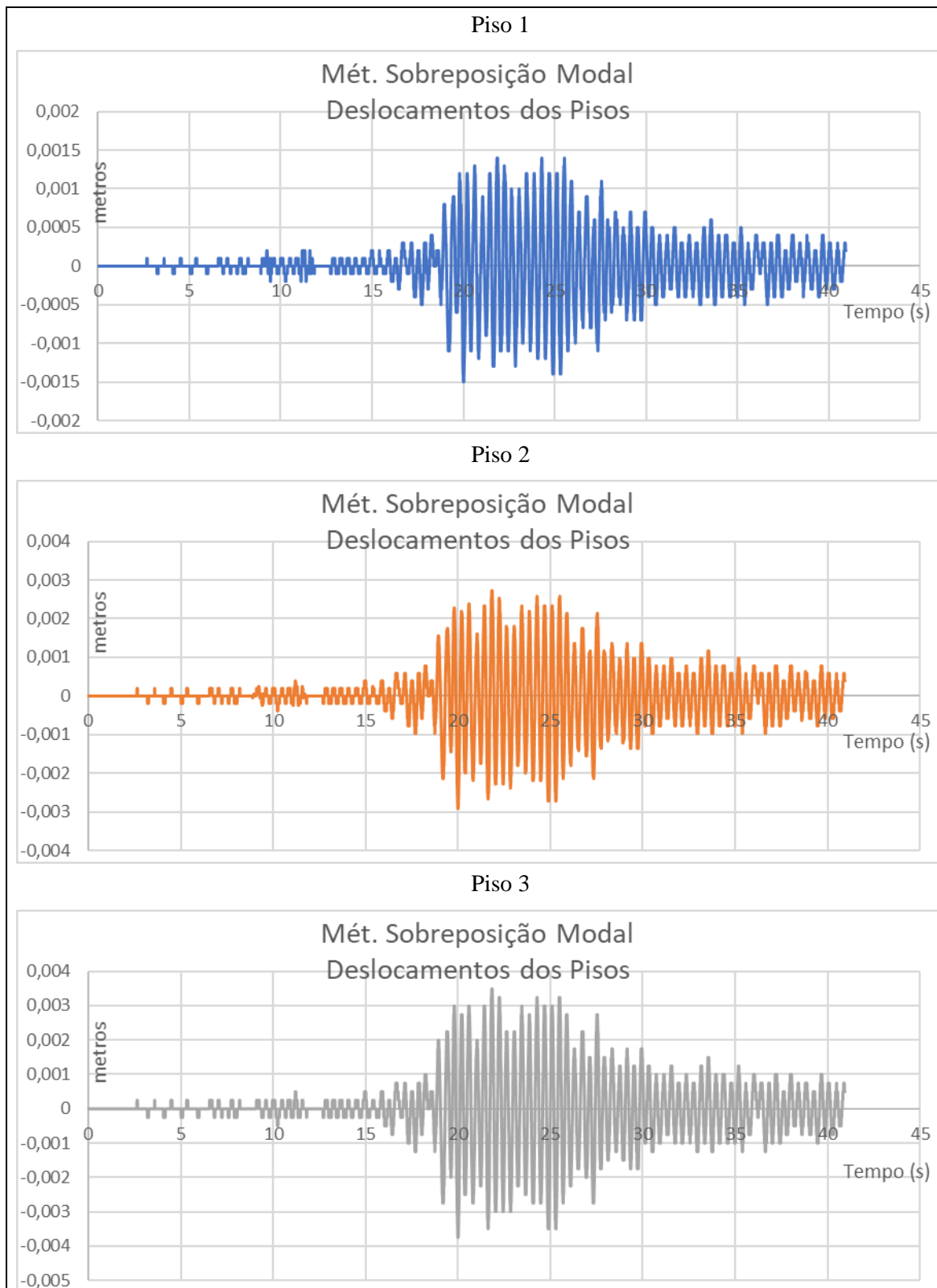
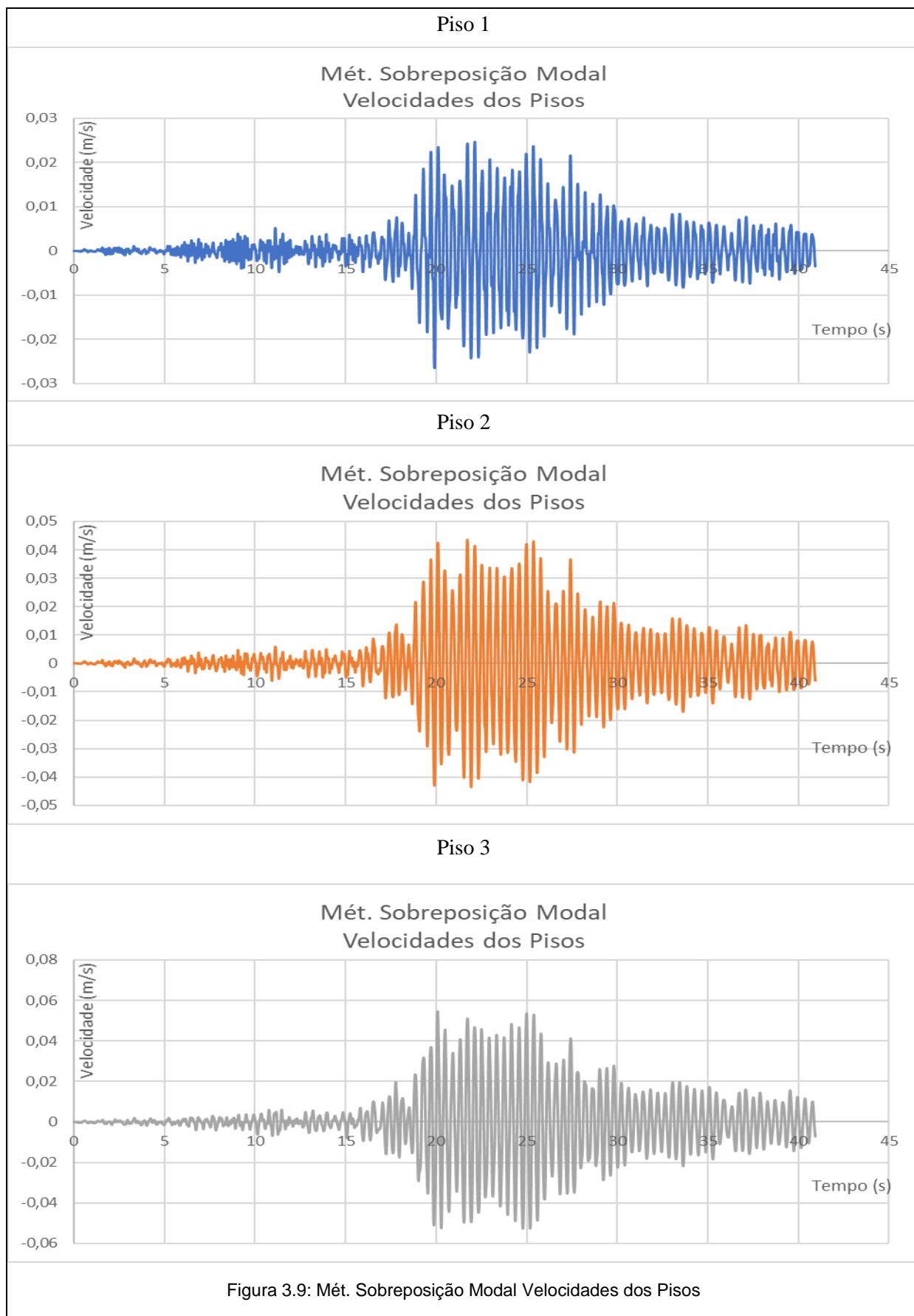


Figura 3.8: Mét. Sobreposição Modal Deslocamentos dos Pisos



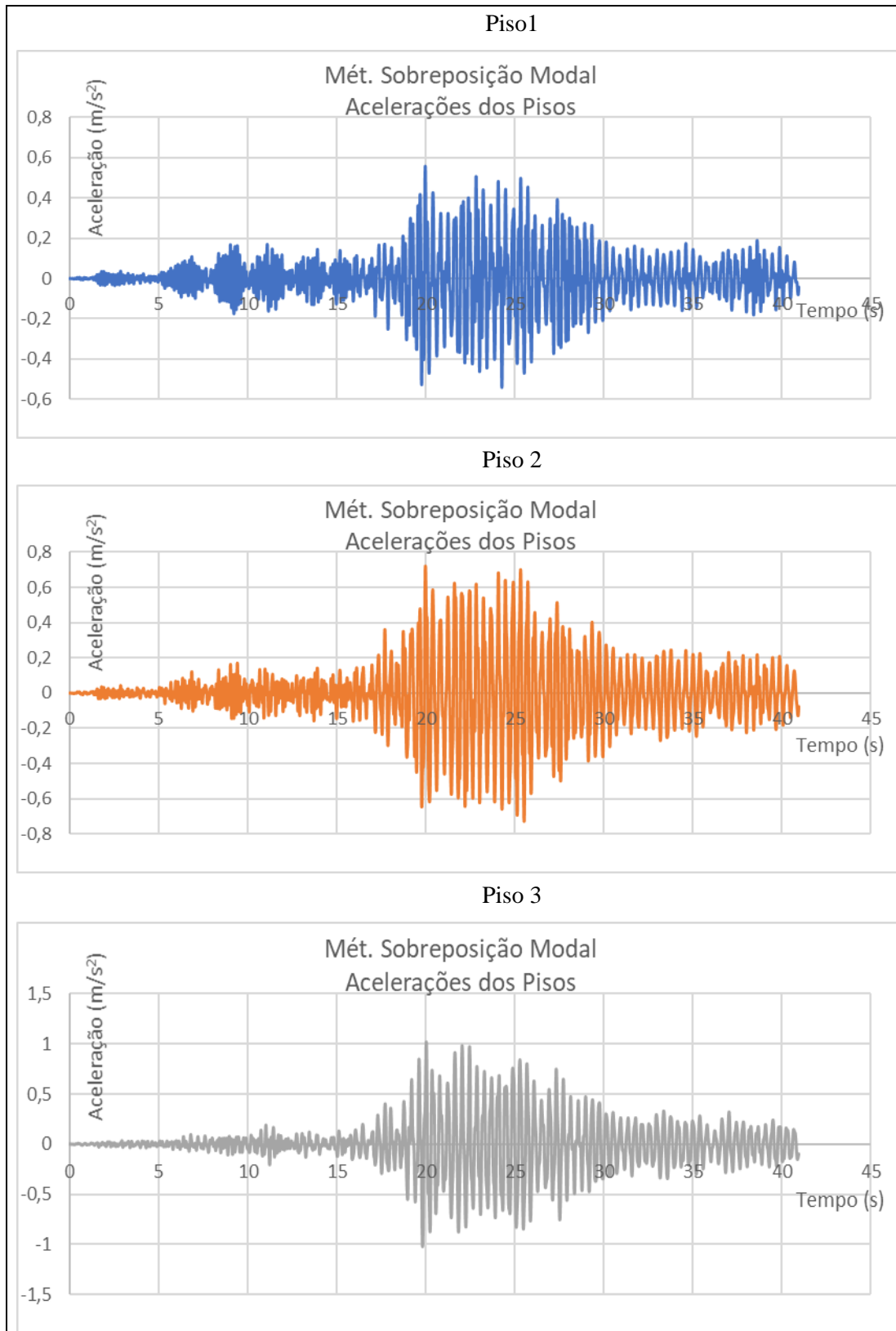


Figura 3.10: Mét. Sobreposição Modal Acelerações dos Pisos

Após ter os deslocamentos dos três pisos pode-se obter os momentos originados e avaliar-se as tensões normais na estrutura dando mais importância à seção mais crítica.

Desta forma, pelo equilíbrio dinâmico, decompondo os deslocamentos alcançados em forças obtêm-se os momentos da estrutura, na qual se observa que são críticos na base. Com efeito, somando as contribuições dos três pisos obtemos o valor do momento a atuar na base dos pilares. Este valor está representado em função do tempo para o pilar esquerdo e direito (da representação em 2D) na figura 3.11 e figura 3.12.

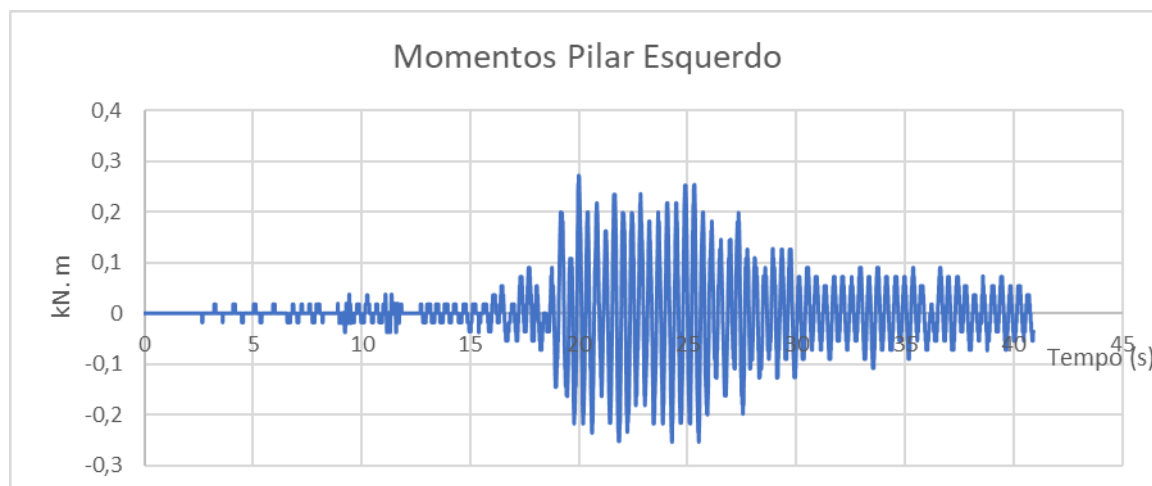


Figura 3.11: Momentos na Base do pilar esquerdo

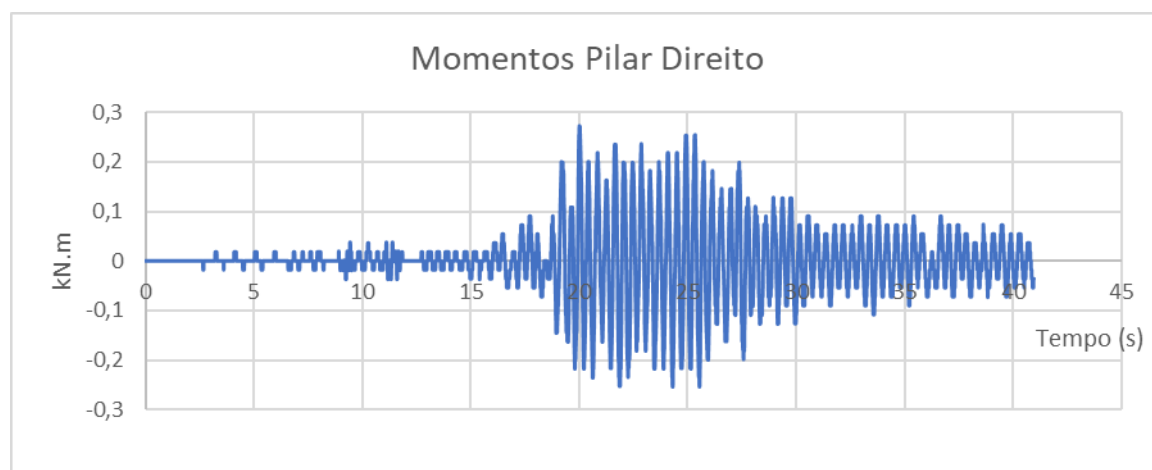


Figura 3.12: Momentos na Base do pilar direito

Os valores das tensões normais mais relevantes situam-se nas seções inferiores dos pilares da base, visto serem os mais elevados. Esses valores foram calculados usando a seguinte formula:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} \cdot y_i \quad (3.47)$$

em que N é a carga axial aplicada à seção, A é a área da seção, M é o momento que está aplicado, I é a inércia em relação ao eixo do z e por último y_i é a ordenada do ponto mais afastado em relação ao eixo geométrico da seção do perfil.

Desta forma, a tensão vai variar consoante o momento aplicado, visto que as outras constantes permanecem iguais. Com efeito calculou-se os valores das tensões de compressões e trações na base do pilar e representou-se nas figuras seguintes os resultados obtidos em função do tempo. A figura 3.13 representa os resultados de tensão de tração no pilar e a figura 3.14 os resultados da tensão de compressão.

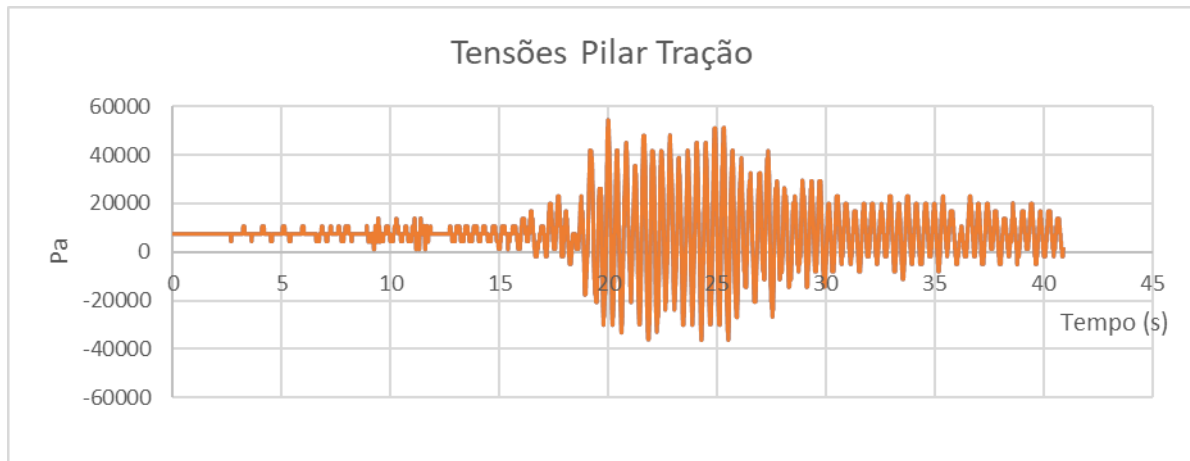


Figura 3.13 Tensões de tração no pilar

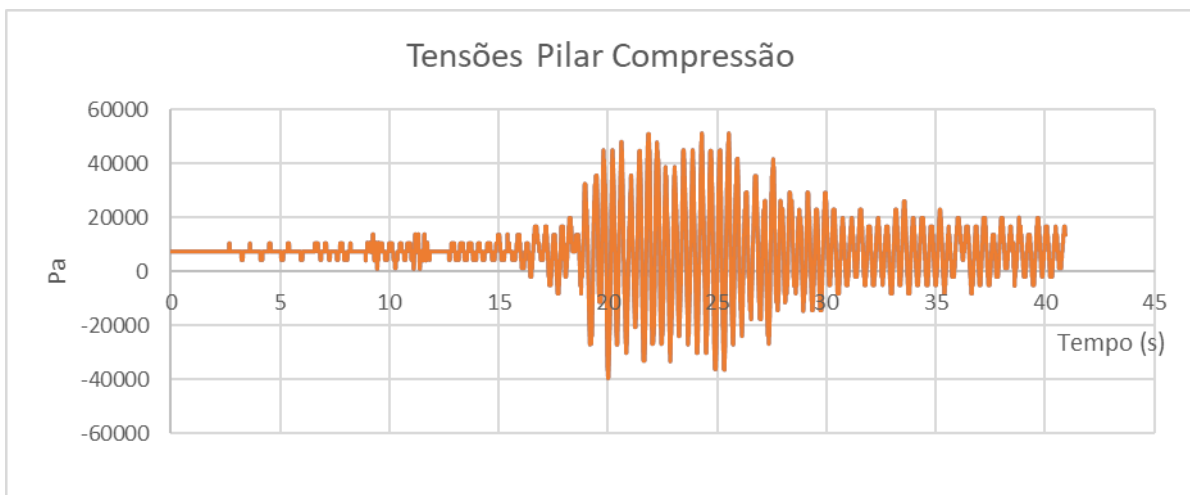


Figura 3.14: Tensões de compressão no pilar

4

EXPERIÊNCIA LABORATORIAL

Neste capítulo apresentam-se as experiências laboratoriais aplicadas à estrutura tridimensional de médias dimensões que terão como objetivo principal a caracterização dinâmica e a estimativa dos coeficientes de amortecimento modais.

Ao longo das experiências podem-se estimar os valores das frequências naturais e respectivos modos de vibração e posteriormente avaliar o desempenho da estrutura quando nesta é simulado um sismo.

4.1. ENSAIO DO PÓRTICO EM PLATAFORMA VIBRATÓRIA

Deste modo, em primeiro lugar, começa-se por sujeitar a estrutura a um ruído branco gerado aleatoriamente com o objetivo de se alcançar as frequências naturais. Com este primeiro ensaio obtiveram-se três frequências naturais.

Em segundo, fizeram-se três ensaios em que se excitou a estrutura com cada uma das três frequências naturais levando a que a resposta de determinados modos seja ressonante, o que possibilita desta maneira captar a deformada do modo ressonante. No final registou-se o decaimento em vibração livre associado a cada frequência com objetivo de estimar os coeficientes de amortecimento.

Por último, aplicou-se uma ação sísmica basal de modo a simular um sismo e avalia-se a estrutura em termos de acelerações ao nível dos pisos fazendo-se posteriormente comparações com as respostas analíticas.

4.1.1. EXCITAÇÃO COM RUÍDO BRANCO

Foi criada uma função aleatória de 30 000 mil pontos que variasse os valores de amplitude entre -1 e 1 num intervalo de frequências de 25 Hz com média igual a zero. A resposta de aceleração gerada encontra-se representado na figura 4.1

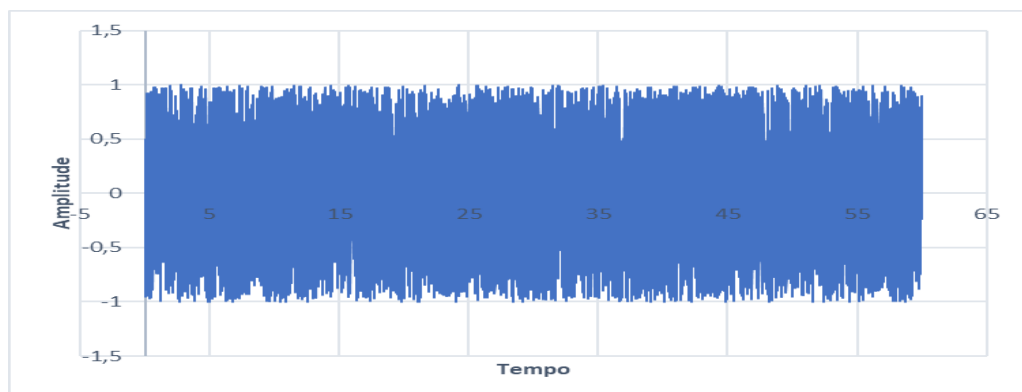


Figura 4.1: Acelerograma do ruído branco aplicado à estrutura tridimensional

De seguida, usando um acelerómetro registou-se a resposta da estrutura ao nível do 1º piso, e calculou-se um espetro dessa resposta, estando representado na figura em baixo:

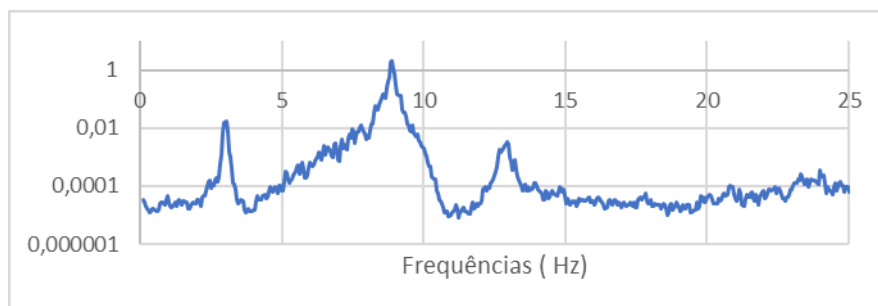


Figura 4.2: Espectro médio normalizado

A medição deste ensaio é feita através de um acelerómetro que é colocado na alma no pilar da base próximo da ligação pilar-pilar como se observa na figura 4.3. Só é feita a medição neste ponto uma vez que, é um ponto que é afetado distintamente pela contribuição dos diferentes modos ressonantes para movimentos horizontais no sentido de menor inércia. Com os resultados obtidos experimentalmente das frequências naturais, que na verdade são as frequências naturais amortecidas da estrutura, verificamos que são bastante próximas das frequências naturais calculadas teoricamente.



Figura 4.3: Localização do acelerómetro que serviu para calcular o espetro

Deste modo, com base na figura 4.2 podemos observar que os picos da função espectral média normalizada encontram-se nas frequências de 3 Hz, 8.87 Hz e 12.94 Hz que por sua vez, como já referido, são uma boa estimativa das frequências naturais da estrutura.

4.1.2. REGISTO DOS MODOS DE VIBRAÇÃO

Após terem-se obtido as frequências naturais experimentais decidiu-se medir a deformada dos modos de vibração. Para-se conseguir esse objetivo, em primeiro lugar, criaram-se três funções senoidais com uma amplitude de 0.1, uma fase de 0 e uma frequência de excitação igual à das frequências obtidas experimentalmente. Em segundo lugar, aplicaram-se essas funções, por meio da plataforma vibratória, à estrutura e constatou-se que esta vibrava repetidamente com a deformada do modo de vibração ressonante.

Por último fez-se a medição da resposta através de dois acelerómetros. O primeiro acelerómetro foi colocado na alma no início da viga do terceiro piso enquanto que o segundo acelerómetro alterna de posições entre a alma no início da viga do segundo piso com a do primeiro piso.

Calculou-se o valor eficaz que se obtém pela raiz quadrada do valor quadrático Médio (RMS) das acelerações. Decidiu-se normalizar os resultados ao valor do primeiro piso (figura 4.4)

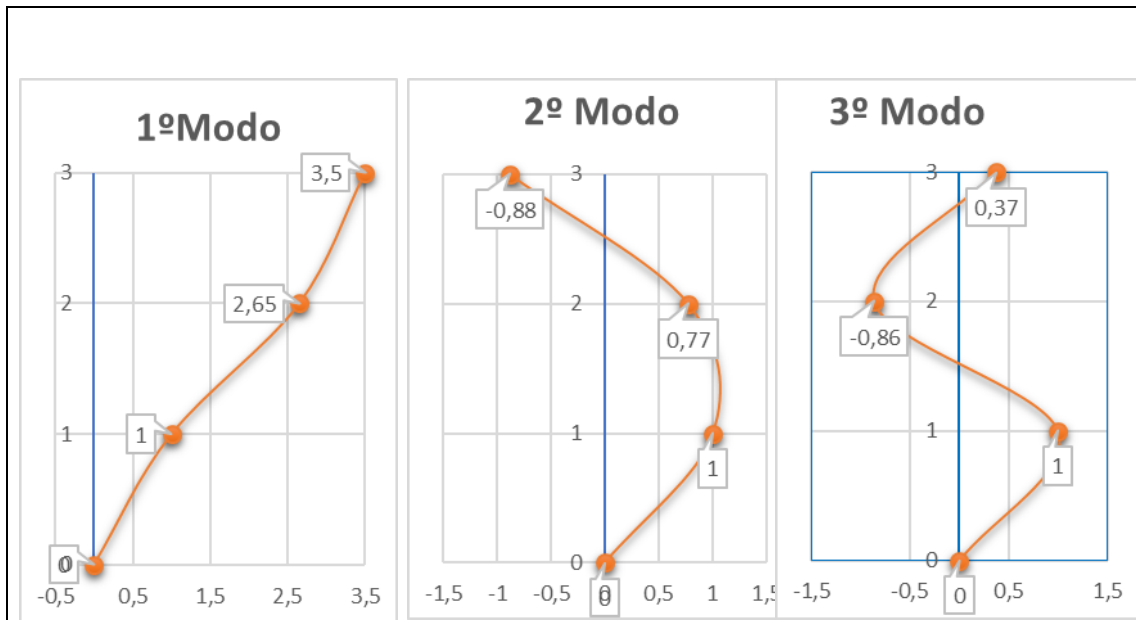


Figura 4.4: Representação dos modos de vibração normalizados à unidade do primeiro piso

4.1.3. ESTIMATIVA DOS COEFICIENTES DE AMORTECIMENTO

Experimentalmente pode-se determinar o coeficiente de amortecimento induzindo uma vibração no sistema e registar a diminuição da sua amplitude com o tempo.

Considerando-se dois picos sucessivos u_1 e u_2

$$u_1 = C \cdot e^{-\xi \omega t_1} \cdot \cos(\omega_a t_1 - \alpha) \quad (4.4)$$

$$(4.5)$$

$$\left. \begin{aligned} t_2 - t_1 &= \frac{2 \cdot \pi}{\omega_a} \\ u_2 &= C \cdot e^{-\xi \omega t_2} \cdot \cos(\omega_a t_2 - \alpha) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{u_1}{u_2} = e^{\xi \omega \frac{2\pi}{\omega_a}}$$

Tomando o logaritmo natural obtém-se:

$$\delta = \ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) \cong 2\pi\xi \frac{\omega}{\omega_a} = \frac{2\pi \cdot \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (4.6)$$

Para pequenos amortecimentos vem:

$$\delta = \ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) \cong 2\pi\xi \quad (4.7)$$

o que permite determinar o coeficiente de amortecimento conhecidos u_1 e u_2 afastados de T_a .

Para aumentar a precisão na sua determinação podemos usar n períodos (ciclos) transformando a expressão anterior na seguinte, em que se acrescenta o produto pelo o número de períodos.

$$\delta = \ln\left(\frac{u_1}{u_{n+1}}\right) \cong 2 \cdot n \cdot \pi\xi \quad (4.8)$$

Para obter-se a estimativa dos coeficientes de amortecimento modais da estrutura em estudo, gravou-se o decaimento associado a cada frequência natural. Estes registos encontram-se representados nas figuras seguintes:

Frequência Natural de 3.0 Hz:

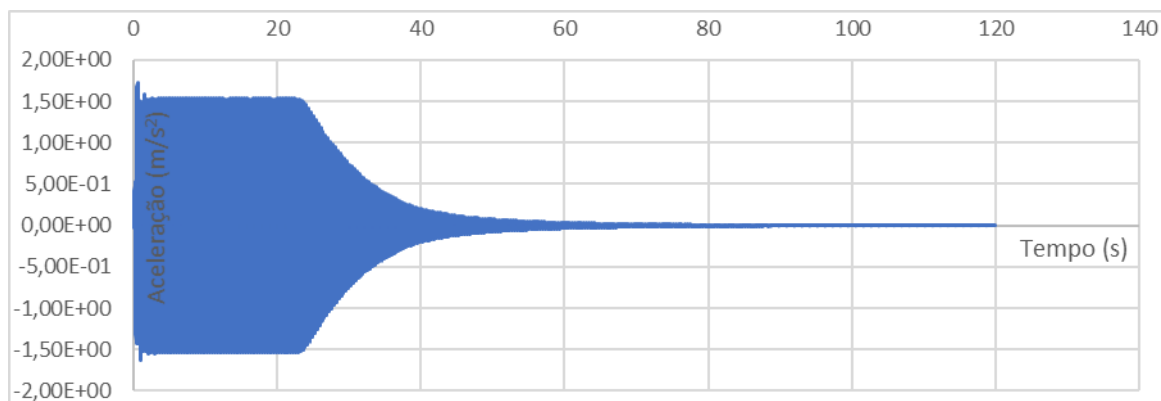


Figura 4.5: Decaimento natural da frequência de 3 Hz

Frequência Natural de 8.87 Hz:

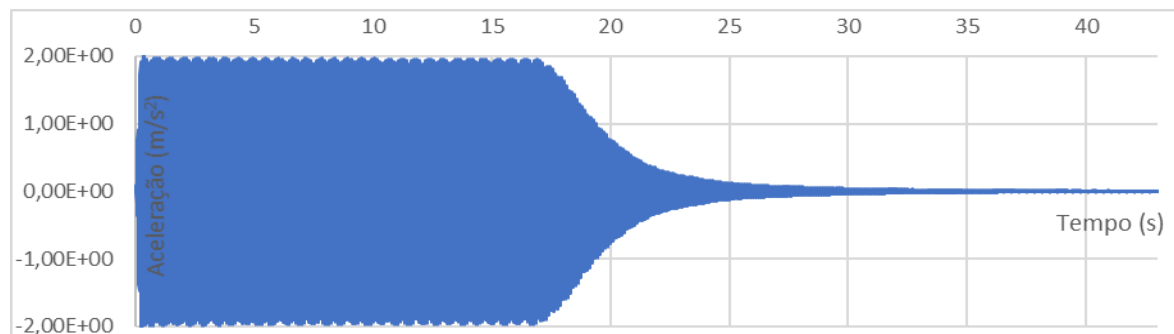


Figura 4.6: Decaimento natural da frequência de 8.87 Hz

Frequência Natural de 12.94 Hz:

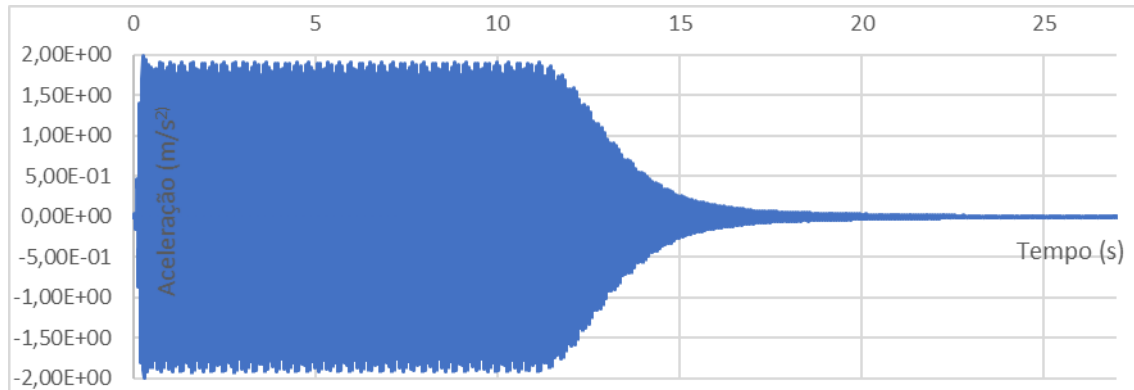


Figura 4.7: Decaimento natural da frequência de 12.94 Hz

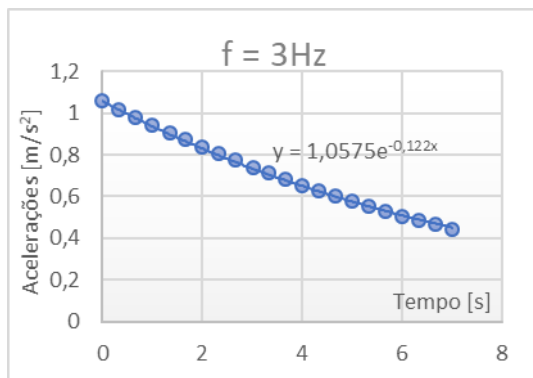
Visto ser essencial captar-se o momento em que já não existe nenhuma ação aplicada à estrutura e esta está a amortecer o movimento naturalmente, destacou-se essa parte do gráfico para cada frequência. Tendo-se em consideração que a plataforma vibratória não cessa logo a vibração aplicada à mesa após esta ser desligada, vai-se ignorar o decaimento nos primeiros segundos. Como tal o estudo para a o decaimento começa no instante 23 segundos na frequência de 3 Hz, no instante 17 segundos na frequência de 8.87 Hz e para a frequência de 12.94 Hz começa no instante 11 segundos.

Começou-se o estudo por destacar os máximos do decaimento para cada frequência a partir do instante relevante e obteve-se um gráfico de dispersão onde é visível um decaimento que pode ser aproximado por uma função exponencial. Como não é possível obter uma função exponencial que intersete todos os pontos que representam o decaimento, optou-se por dividir a função em duas partes, e desta maneira obtiveram-se duas funções exponenciais que representam o decaimento para cada frequência (figuras 4.8; 4.9 e 4.10). Uma função é a aproximação do decaimento para grandes amplitudes enquanto que a outra é a aproximação do decaimento para pequenas amplitudes. Por via desta divisão alcançaram-se dois coeficientes de amortecimento, onde a média destes dois dá uma estimativa bastante razoável do coeficiente de amortecimento modal.

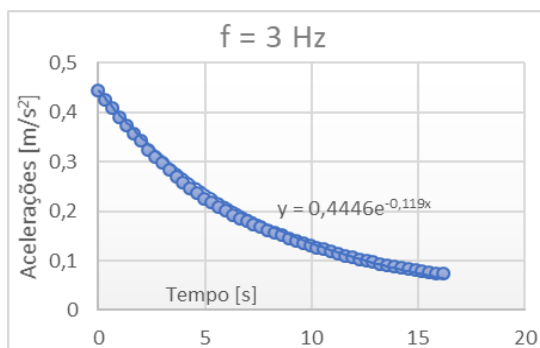
Na tabela 4.1 representa-se para cada frequência natural o número de ciclos e o coeficiente de amortecimento calculado da forma analítica anteriormente apresentada, em função das pequenas e grandes amplitudes. O valor do coeficiente utilizado para cada frequência é a media entre os dois valores.

Tabela 4.1: Coeficientes de Amortecimento Modal para as diferentes frequências

| | f = 3.0 Hz | | f = 8.84 Hz | | f = 12.94 Hz | |
|---------------------|------------|---------------------|-------------|---------------------|--------------|---------------------|
| | Ciclos | Coef. Amortecimento | Ciclos | Coef. Amortecimento | Ciclos | Coef. Amortecimento |
| Grandes Amplitudes | 24 | 0.006942 | 45 | 0.006052 | 40 | 0.006005 |
| Pequenas Amplitudes | 46 | 0.005667 | 105 | 0.003910 | 159 | 0.003180 |
| Média | | 0.006305 | | 0.004981 | | 0.004593 |

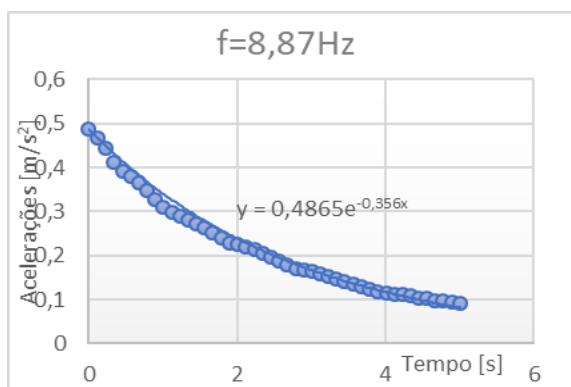


Grandes Amplitudes $f=3.0\text{Hz}$

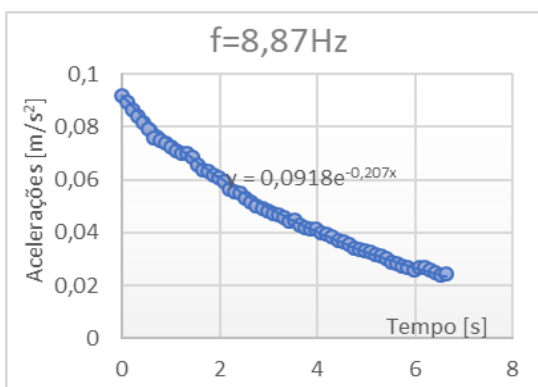


Pequenas Amplitudes $f=3.0\text{Hz}$

Figura 4.8: Representação da equação exponencial; $f=3\text{ Hz}$

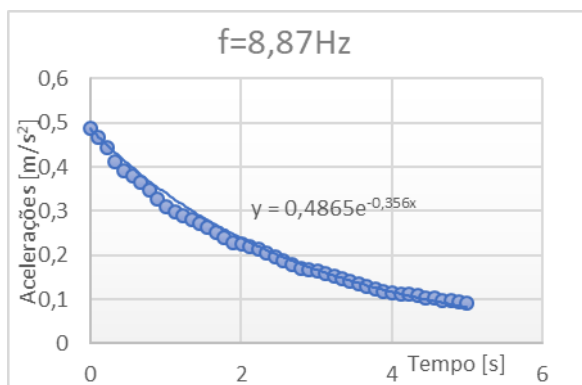


Grandes Amplitudes $f=8,87\text{Hz}$

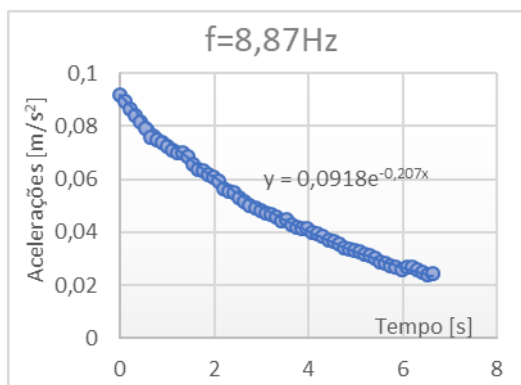


Pequenas Amplitudes $f=8,87\text{Hz}$

Figura 4.9: Representação da equação exponencial; $f=8.87\text{ Hz}$



Grandes Amplitudes $f=12.94\text{Hz}$



Acc 3 $f=12.94\text{Hz}$

Figura 4.10: Representação da equação exponencial; $f=12.94\text{ Hz}$

4.1.4. ACELERAÇÃO NA BASE PARA SIMULAR UM SISMO

Tendo por base o acelograma usado anteriormente afinou-se o início e o final deste em consideração com particularidades da plataforma e obteve-se uma função definida por 30 000 pontos que está representada na figura 4.11

Esta função aplica-se através da plataforma vibratória à estrutura tridimensional a qual responde de modo a que seja possível o seu estudo.

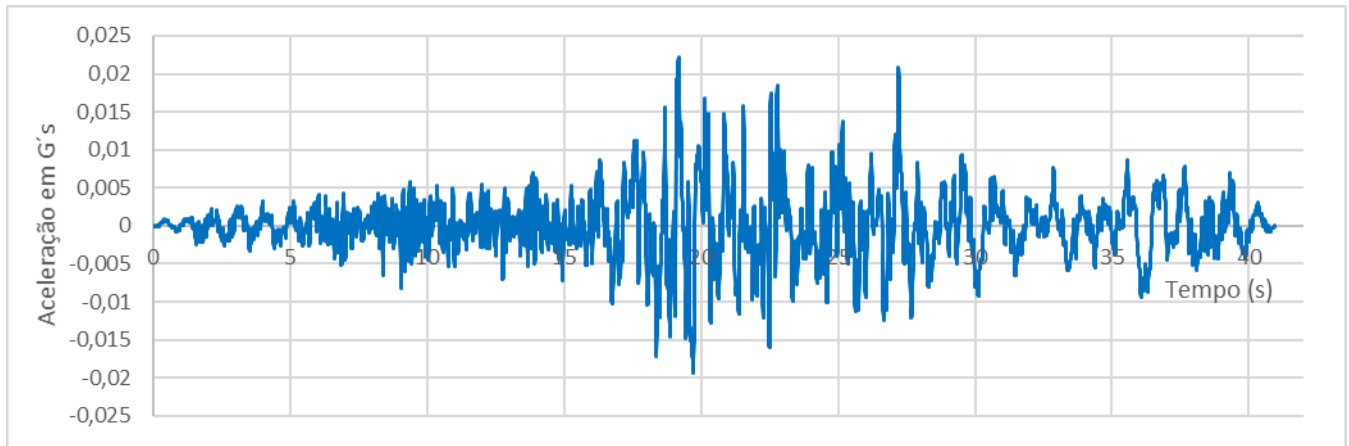


Figura 4.11: Acelerações aplicadas pela plataforma vibratória (medidas em G's)

Deste modo, fizeram-se vários ensaios e mediu-se a resposta nos diferentes pisos. Em cada um deles colocou-se o primeiro acelerómetro ao nível dos diferentes pisos de modo a registar as acelerações destes e o segundo acelerómetro instalou-se diretamente na mesa vibratória com o objetivo de registar a ação a ser aplicada na estrutura para ser feita uma comparação com a excitação analítica e avaliar se a plataforma impõe a ação pretendida com rigor.

Fizeram-se dois testes para cada ensaio de maneira a reduzir as incertezas dos resultados. Estes valores são apresentados na figura 4.12, figura 4.13 e figura 4.14 as quais representam os valores em função do tempo das acelerações medidas no primeiro, segundo e terceiro piso respetivamente.

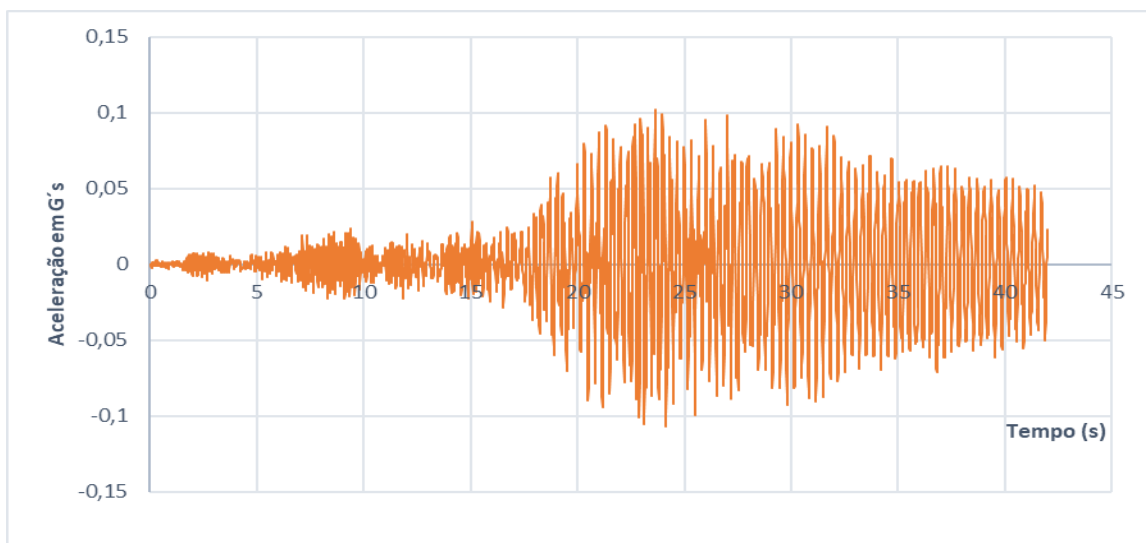


Figura 4.12: Aceleração medida no 1º Piso em G's

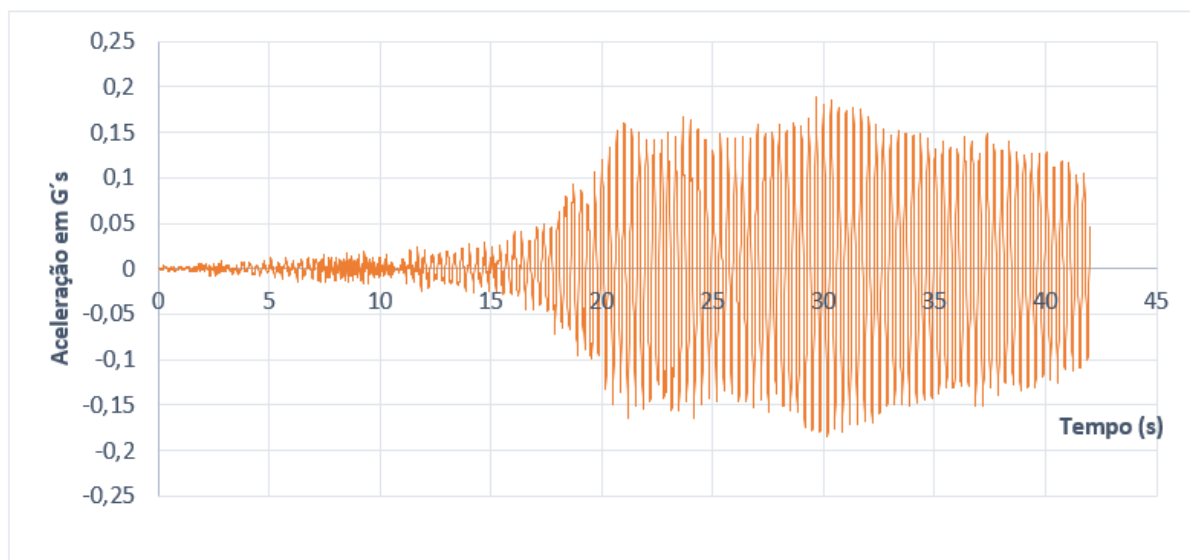


Figura 4.13: Aceleração medida no 2º Piso em G's

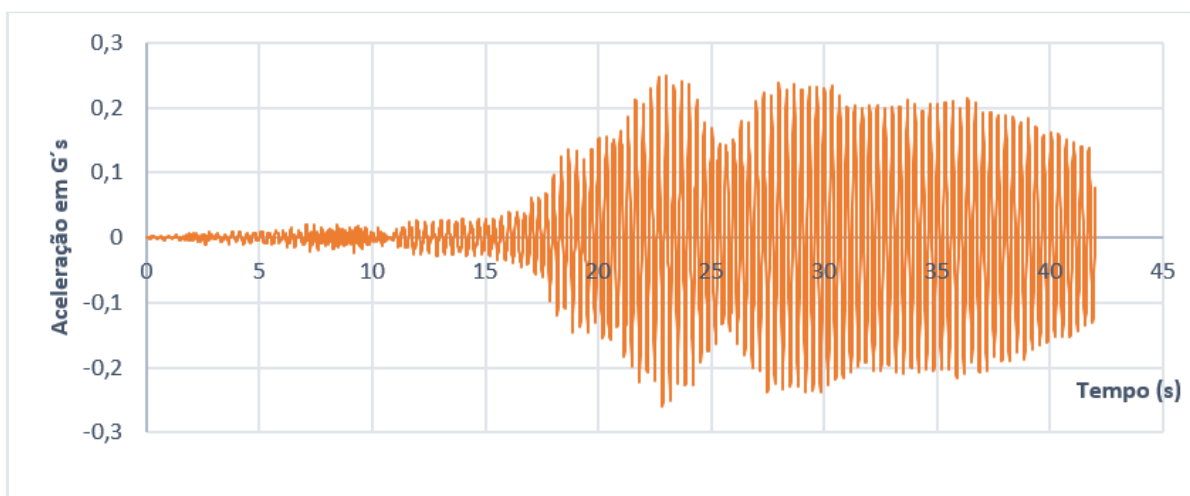


Figura 4.14: Aceleração medida no 3º Piso em G's

4.2. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

4.2.1. CORREÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO:

Como o modelo matemático utilizado até ao momento tinha as características físicas idealizadas e valores arbitrados de coeficientes de amortecimento, é necessário corrigir o modelo matemático de forma a que este responda em conformidade com resultados obtidos experimentalmente. Como se pode observar na tabela 4.2 existe um erro significativo associado aos valores das frequências naturais medidas analiticamente com as medidas experimentalmente o que invalida o modelo matemático pois os resultados obtidos vão ser diferentes uns dos outros.

Tabela 4.2: Comparação das frequências naturais calculadas analiticamente com a do cálculo experimental

| | Cálculo Analítico | Cálculo Experimental | Erro (%) |
|---------------|-------------------|----------------------|----------|
| 1ª Frequência | 2.46 Hz | 3.0 Hz | 18 |
| 2ª Frequência | 7.17 Hz | 8.87 Hz | 19.2 |
| 3ª Frequência | 10.90 Hz | 12.94 Hz | 15.8 |

De maneira a corrigir o modelo matemático foi alterada a matriz de rigidez da estrutura mantendo a matriz de massa igual. A forma como se alterou a matriz de rigidez foi multiplicando esta por uma constante numérica. A constante utilizada foi de 1.495 a qual transformou a matriz de rigidez na seguinte matriz:

$$[k] = \begin{bmatrix} 4585.88 & -2380.28 & 173.36 \\ -2380.28 & 4377.75 & -2178.22 \\ 173.36 & -2178.22 & 2012.12 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

*matriz de rigidez alterada

Com a nova matriz de rigidez e a mesma matriz de massa voltou-se a calcular as frequências naturais e respetivos modos de vibração e chegou-se a resultados mais precisos que desta forma fazem validar o modelo matemático (tabela 4.3).

Utilizou-se esta constante precisamente pois é que permite obter um erro de zero no cálculo da primeira frequência natural quando se comparam com os valores obtidos experimentalmente.

Tabela 4.3: Comparação das frequências naturais calculadas analiticamente já corrigidas com a do cálculo experimental

| | Cálculo Analítico Corrigido | Cálculo Experimental | Erro (%) |
|---------------|--------------------------------|----------------------|----------|
| 1ª Frequência | 3.0 Hz | 3.0 Hz | 0 |
| 2ª Frequência | 8.77 Hz | 8.87 Hz | 1.13 |
| 3ª Frequência | 13.33 Hz | 12.94 Hz | 3 |

Usando o mesmo procedimento utilizado em 3.3.2 mas alterando o coeficiente de amortecimento utilizado no programa Duhamel de 0.01 para 0.005 que é um resultado muito próximo dos obtidos experimentalmente, obtêm-se os resultados da resposta a uma ação sísmica. Os resultados obtidos a nível de acerações são comparados com os resultados experimentais e verifica-se que estes são bastante próximos validando assim o modelo matemático, como se pode observar pela análise das figuras seguintes

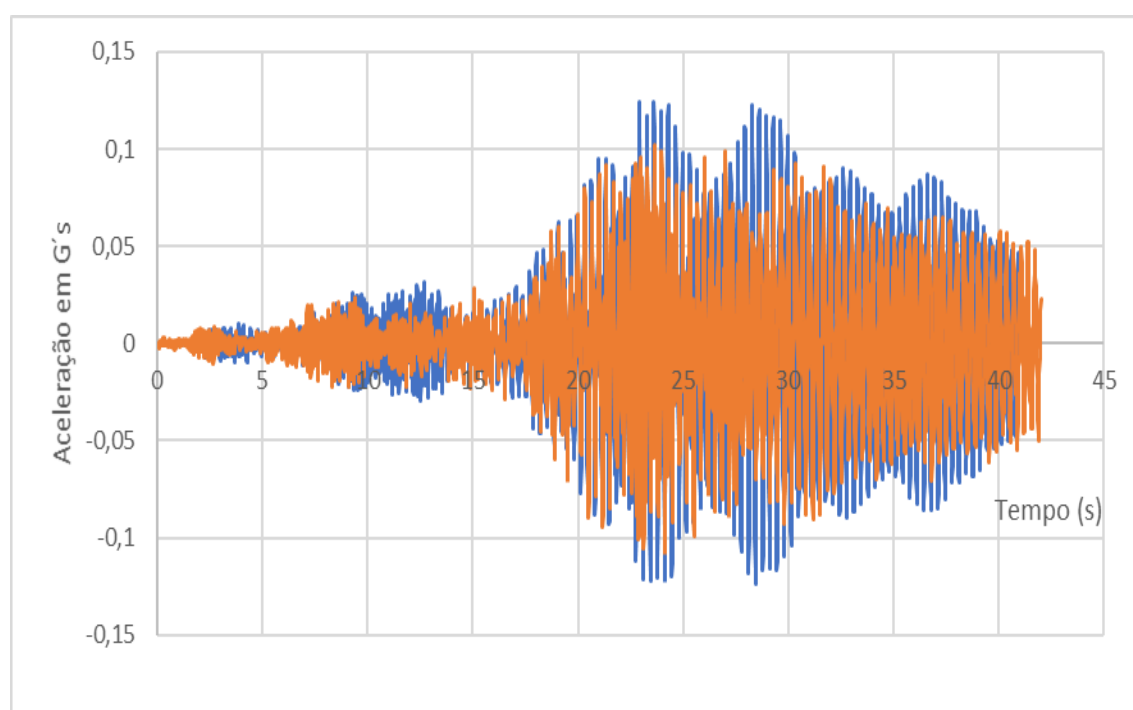


Figura 4.15: Comparação das acelerações teóricas (azul) com as experimentais (laranja) em G's no 1º Piso

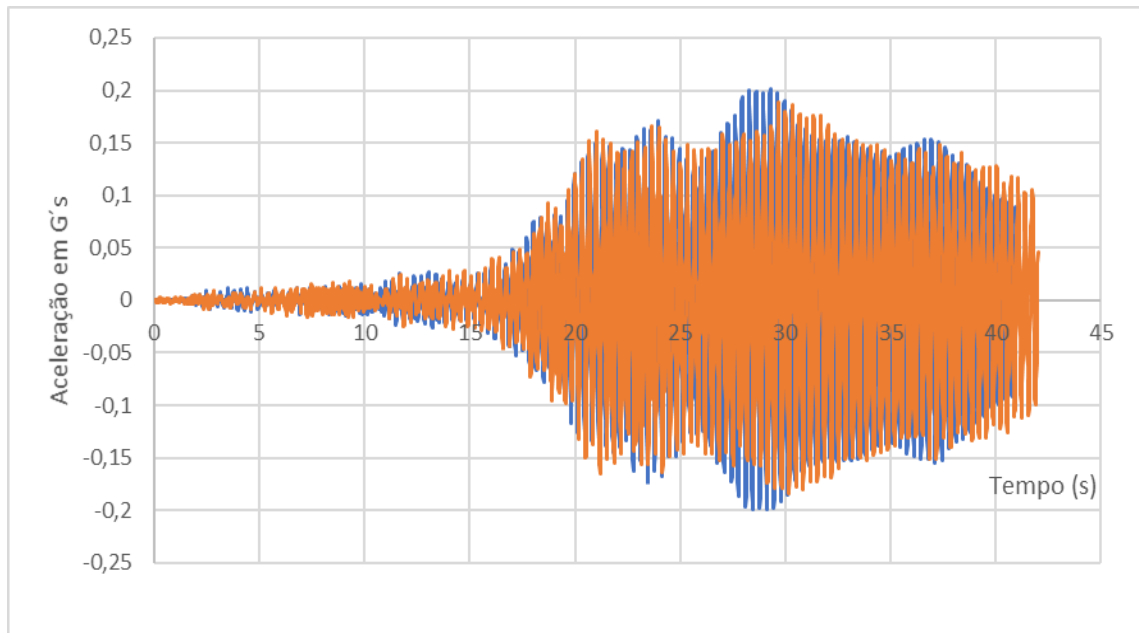


Figura 4.16: Comparação das acelerações teóricas (azul) com as experimentais (laranja) em G's no 2º Piso

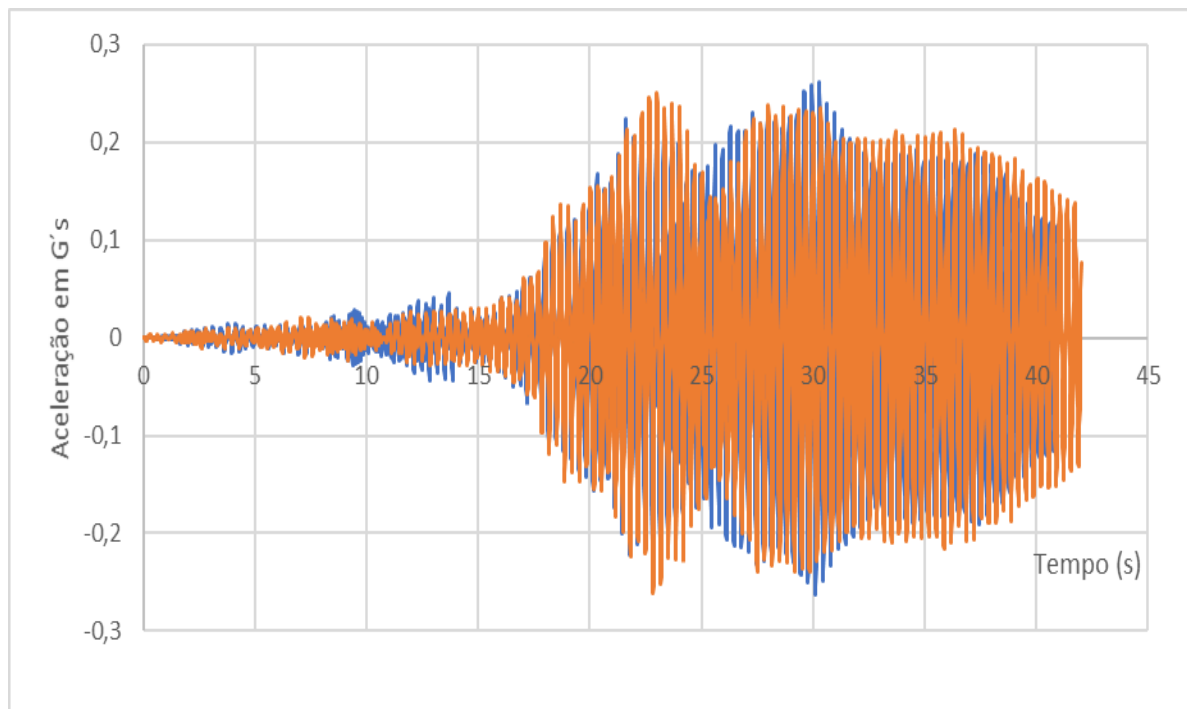


Figura 4.17: Comparação das acelerações teóricas (azul) com as experimentais (laranja) em G's no 3º Piso

5

CONCLUSÕES

O capítulo final deste trabalho tem como objetivo apresentar as principais conclusões obtidas ao longo do seu desenvolvimento bem como algumas perspectivas futuras no âmbito da análise de estruturas de engenharia civil

5.1. SÍNTESE DAS CONCLUSÕES OBTIDAS

O principal objetivo desta dissertação foi ensaiar, por meio de uma plataforma vibratória que origina ações basais, uma estrutura metálica tridimensional de médias dimensões de modo a obter valores dos parâmetros dinâmicos fiáveis e realistas.

Pode-se verificar que os valores das frequências naturais, obtidas através dos ensaios foram diferentes dos obtidos analiticamente. Por essa razão, corrigiu-se a matriz de rigidez do sistema de modo a obter uma aproximação bastante satisfatória.

Tendo-se obtido as frequências naturais através dos ensaios, mediram-se os diferentes modos de vibração excitando a estrutura com essas frequências. Esses modos de vibração não são mais do que a deformada que a estrutura quando sujeita a excitações ressonantes.

Com o registo do decaimento natural da estrutura, quando nela findavam as ações ressonantes, foi possível medir os diferentes coeficientes de amortecimento modais efetuando um ajuste da curva dos máximos registados. Neste processo dividiu-se o ajuste da curva para grandes amplitudes e para pequenas amplitudes. Deste modo reduziram-se os erros associados quando se fez o ajuste para um grande intervalo de tempo com uma grande variação de amplitudes.

Este estudo permitiu ainda aferir a dificuldade que por vezes existe em conseguir reproduzir o comportamento dinâmico de uma estrutura em termos do desenvolvimento do modelo numérico, uma vez que é necessário ter bem definidas as características físicas deste.

5.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

O conteúdo desenvolvido no presente trabalho corresponde apenas aos fundamentos iniciais da análise dinâmica de estruturas de engenharia civil.

Após a realização e calibração do modelo numérico e respetiva validação pelos ensaios laboratoriais apresentados constata-se que é possível efetuar uma análise dinâmica mais aprofundada da estrutura relativamente ao seu comportamento real sob vários tipos de ações estruturais.

Verificou-se que os resultados das frequências naturais e dos modos de vibração associados à estrutura correspondem no geral à configuração modal verdadeira da estrutura estudada

O passo seguinte poderá envolver a implementação de sistemas de controlo de vibrações no pórtico, tendo em vista o estudo de atenuações da resposta dinâmica da estrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, Jorge Manuel Santos De - Critérios de utilização de programas de cálculo automático integral na análise e no dimensionamento sísmico de estruturas de edifícios. 2004).

GUERREIRO, Luís - Revisões de análise modal e análise sísmica por espectros de resposta. Reprograma DECivil-Instituto Superior Técnico. 1999).

MOREIRA, NUNO MARCELO CARNEIRO - ESTUDO DA ATENUAÇÃO DA RESPOSTA SÍSMICA DE UM PÓRTICO METÁLICO TRIDIMENSIONAL UTILIZANDO SISTEMAS PASSIVOS. [s.d.]) 110.

MOUTINHO, Carlos Manuel Ramos - Controlo de vibrações em estruturas de engenharia civil. 2007).

[Folhas DE versão provisória 2012; Prof. Paulo Mendes]

Belejo, André Filipe Valério - Análise Sísmica de Estruturas Porticadas Tridimensionais